අවකලනය (Differentation)

- **හැඳින්වීම**

  - අවකලනය යනු, ශ්‍රිතයක වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාවය මනින මිනුමකි.
  - අවකලන ක්‍රියාවලිය තුළ එක් ශ්‍රිතයක් වෙනත් ශ්‍රිතයක් බවට පරිවර්තනය කරයි.
  - අවකලනය මඟින් ශ්‍රිතයක් ගමන් කිරීමේ සීඝ්‍රතාවය හෙවත් අනුක්‍රමණය ගණනය කර ගත හැක.

මූලික අවකලනය

- ✓ y = a+bx යන සරල රේඛීය ශ්‍රිතය පිළිබඳ සලකා බලයි.
- ✓ මෙහිදී y ශ්‍රිතය x විෂයෙන් අවකලනය කරනු ලබයි.

අවකලනය මඟින් රේඛාවේ බෑවුම ගණනය කරනු ලබන නිසා,

$$b = \frac{\Delta y}{\Delta x} \xrightarrow{\text{අවකලන සංගුණකය}} \frac{dy}{dx}$$

අවකලනය සම්බන්ධ නීති

1. n යනු ඕනෑම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් වන විට,

$$y = x^{n} \longrightarrow \frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)}$$

උදාහරණ 01

පහත ශ්‍රිත x විශයෙන් අවකලනය කරන්න

i. Y = x^2

ii. Y = x^{-5}

iii. Y = $x^{1/4}$

iv. Y = $\sqrt[3]{x}$

v. Y = x

2. k යනු ඕනෑම නියතයක් ගත් විට එහි අවකලන සංගුණකය 0 වේ.

$$y = k \longrightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

උදාහරණ 02

i. Y = 3

ii. Y = 5

iii. Y = $^{1}/_{4}$

3. k යනු නියතයක් විට

$$y = x^n \longrightarrow \frac{dy}{dx} = knx^{(n-1)}$$

උදාහරණ 03

i. Y = $3x^4$

ii. Y = $5x^2$

iii. Y = $\frac{1}{3x}$

4. U හා V යනු X හි ශ්‍රිත වන විට,

$$y = u \pm v \longrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

උදාහරණ 04

i. Y = $x^3 + x^5$

ii. Y = $x^3 + x^5 + 2x^4$

අභ්‍යාස 01

පහත ශ්‍රිත x විෂයෙන් අවකලනය කරන්න

i. Y = $3x^2$

ii. Y = $x^3 + x^2$

iii. Y = $7x^5$

iv. Y = $4x^{-3}$

v. Y = $10/\sqrt{x}$

vi. Y = (2x+3) (x-5)

vii. Y = $(3x^2-2)^2$

viii. Y = $3x^7 - 2x + 7$

ශ්‍රිතයක දෙවන අවකලන සංගුණකය

X විෂයෙන් අවකලනය කරන ලද ශ්‍රිතයක් නැවතත් X විෂයෙන් අවකලනය කිරීමෙන් එම ශ්‍රිතයේ දෙවන අවකලන සංගුණකය ලැබේ.

එය පහත පරිදි අංකනය කරයි,

$${}^{d_2y}/_{d_2x}$$

අභ්‍යාස 02

පහත ශ්‍රිතයන්හි පළමු සහ දෙවන අවකලන සංගුණකය වෙන වෙනම සොයන්න.

i. Y = x^4

ii. Y = $2x^2$ + 5x + 3

iii. Y = $1/_{x^3}$

iv. Y = $2x^{-3}$

v. Y = 4x-1

❖ අවකලන සංගුණක භාවිතයෙන් ප්‍රස්ථාරයක උපරිමයක් පවතින්නේ ද? අවමයක් පවතින්නේ ද? යන්න තීරණය කිරීම

- උපරිමය (Maximum)

$dy/_{dx}$ = 0 හා $d_2y/_{d_2x}$ < 0

- අවමය (Minimum)

$dy/_{dx}$ = 0 හා $d_2y/_{d_2x}$ < 0

අවකලනයේ ව්‍යාපාරික යෙදීම්

1. ආන්තික පිරිවැය (Marginal Cost – MC)

   - අතිරේක ඒකකයක් නිපදවීම මඟින් මුලු පිරිවැයට අලුතින් එකතු වන පිරිවැයයි
   - මුලු පිරිවැය වක්‍රය අවකලනය කිරීමෙන් මෙය ලබා ගත හැක
   - MC = $\frac{dTC}{dQ}$

2. ආන්තික ආදායම (Marginal Revenue – MR)

- අතිරේක ඒකකයක් විකිණීමෙන් මුලු ආදායමට අලුතින් වන ආදායමයි
- මුලු ආදායම් ශ්‍රිතය අවකලනය කිරීමෙන් මෙය ලබා ගත හැක
- MC = $\frac{dTR}{dQ}$

3. ආන්තික ලාභය (Marginal Profit– MP)

- අතිරේක ඒකකයක් විකිණීමෙන් මුලු ලාභයට අලුතින් එකතු වන ලාභයයි
- මුලු ලාභ ශ්‍රිතය අවකලනය කිරීමෙන් මෙය ලබා ගත හැක
- MC = $\frac{dTP}{dQ}$

4. ලාභ උපරිම වන ලක්ෂය සෙවීම

- ව්‍යාපාර ආයතනයක ලාභය උපරිම වීමට නම් පහත කොන්දේසි සපුරාලිය යුතුය

ආන්තික ආදායම	=	ආන්තික පිරිවැය
MR	=	MC

අභ්‍යාසය

නිෂ්පාදිතයක ඉල්ලුම් ශ්‍රිතය p = 1000-2q වේ. ස්ථාවර පිරිවැය රු. 800 ක් වන අතර, විචල්‍ය පිරිවැය 100q + $3q^2$ වේ. මෙහි 'q' යනු නිෂ්පාදනය කළ ඒකක ප්‍රමාණය වන අතර 'p' යනු ඒකකයක මිල වේ.

i. මුලු ආදායම් (TR) හා මුලු පිරිවැය (TC) ශ්‍රිතය හදුනා දක්වන්න

ii. ලාභ ශ්‍රිතය (TP) හදුනා දක්වන්න

iii. සමච්ජේදක ඒකක ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න

iv. ලාභ උපරිම කරන ඒකක ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න

සෝදිරිස් සහ පුත්‍රයෝ සමාගම පොල් සැපයුම් නිෂ්පාදන සම්බන්ධව ඒකාධිකාරීත්වයක් ඇති සමාගමකි ඔවුන්ගේ නිෂ්පාදන කර්මාන්ත ශාලාව රත්ලාන ප්‍රදේශයේ පිහිටා ඇති අතර මාසික ස්ථාවර පිරිවැය රු 45,000 ක් සහ විචල්‍ය පිරිවැය 2,500q + $25q^2$ ලෙස ද හඳුනාගෙන ඇත. සමාගමේ මාසික ආදායම් සමීකරණය 7,500q – $25q^2$ මගින් දෙනු ලබයි. q යනු මාසික නිෂ්පාදන ප්‍රමාණයයි. මෙම කර්මාන්තයේ මසික ධාරිතාවය ඒකක 70 ක මට්ටමක පවති

අවශ්‍ය වන්නේ

1 සමච්ඡේදන ලක්ෂයේ නිෂ්පාදන ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න
2 නිෂ්පාදන ධාරිතාව සීමා කිරීම වන ලාභ උපරිම කිරීමේ හැකියාව පිළිබඳ සාකච්ඡා කරන්න

තනි නිෂ්පාදනයක් සිදු කර අලෙවිකරණ නිෂ්පාදන ආයතනයක සතියකට අදාළ ස්ථාවර පිරිවැය රු. 900,000/- කි. එහි විචල්‍ය පිරිවැය V(x) = 8,000 + 1,000x^2 වේ. සතියක ඉල්ලුමට අදාල ශ්‍රිතය ඔබ විසින් පහත දෑ ගණනය කරන්න.

ඔබ විසින් පහත දෑ ගණනය කරන්න

1 මුලු පිරිවැය ශ්‍රිතය හා මුලු ආදායම් ශ්‍රිතය
2 ලාභ උපරිම කරන නිෂ්පාදන ප්‍රමාණය

අනුකලනය (Integration)

- අවකලනය වූ ශ්‍රිතයක මුල් ශ්‍රිතය සොයා ගැනීම මෙහිදී සිදුවේ
- f(x) ශ්‍රිත යේ අනුකලනය වන්නේ $\int f(x)$ වේ

අනුකලන නීති

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

අනුකලනයේ ව්‍යාපාරික යෙදීම්

- ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය අනුකලනය කර මුලු පිරිවැය ශ්‍රිතය ලබාගනී

$$\int f\,(MC) \longrightarrow TC$$

- ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය අනුකලනය කර මුලු ආදායම් ශ්‍රිතය ලබාගනී

$$\int f\,(MR) \longrightarrow TR$$

උදාහරණ 01

ආන්තික ආදායම් ශ්‍රිතය MC = 4x-10 ලෙසද, ස්ථාවර පිරිවැය (TFC) 50000 ලෙසද දී ඇති ආයතනයක මුලු පිරිවැය ශ්‍රිතය හා සාමාන්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය ලබාගන්න.

- MC ශ්‍රිතය අනුකලනය කරන්න

$$MC = 4x^{1} - 10x^{0}$$

$$\int f(MC) = \frac{4x^{(n+1)}}{(n+1)} - \frac{10x^{(n+1)}}{(n+1)} + c$$

$$TC = \frac{{}^{2}\cancel{4}x^{(2)}}{\cancel{2}} - \frac{10x^{1}}{1} + c$$

$$TC = 2x^{2} - 10x + c$$

TC ශ්‍රිතයේ 'C' නියතය වන්නේ ස්ථාවර පිරිවැය නිසා,

$$\underline{\underline{TC = 2x^{2} - 10x + 50000}}$$

සාමාන්‍ය පිරිවැය ශ්‍රිතය

$$AC = {}^{TC}/_{Q}$$

$$= \frac{2x^{2}-10x+50000}{x}$$

$$= 2x - 10 + \frac{50000}{X}$$