

සමාන්තර ශ්‍රේඪි (Arithmetic & Progressions)

දෙවිනිස් සුධිර

සමාන්තර ශ්‍රේඪි (Arithmetic & Progressions)

- කිසියම් සංඛ්‍යා සමූහයක අනුයාත සංඛ්‍යා අතරින් ඕනෑම සංඛ්‍යාවකින් පෙර සංඛ්‍යාව අඩු කර ලැබෙන පිළිතුර නිශ්චය අගයක් ගනී නම්, එය සමාන්තර ශ්‍රේඪියකි.
- මෙහිදී පොදු අන්තරය d ලෙස ගනු ලැබේ.

$$d = T_n - T_{n-1}$$

නිදසුන් $d = T_2 - T_1 = 13 - T_2 = T - T_3 = \dots$

- සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පදය a මගින් දක්වයි.

නිදසුන්

25, 8, 11....

$$a = 2, d = 3$$

-5, -1, 3, 7....

$$a = -5, d = 4$$

මුල් පදය a මුල් පද දෙකේ අතර වෙනස හෙවත් පොදු අන්තරය (Common Difference) d වුද, පද n සංඛ්‍යාවකින් සිමන්විත වුද සමාන්තර ශ්‍රේණියක් පහත පරිදි දැක්විය හැකිය.

$a, (a + d), (a + 2d)...$

$[a + (n-1) d]$

මෙහි n වැනි පදය (n th Term) වු T_n පහත පරිදි දැක්විය හැකි බව ඔබට නිරීක්ෂණයෙන් පැහැදිලි වනු ඇත.

$$T_n = a + (n-1) d$$

සමාන්තර ශ්‍රේණියක පදවල එකතුව පද ගණන සීමා වන අවස්ථාවක දී ගණනය කළ හැකිය. මේ අනුව පදවල එකතුව ගණනය කිරීම ප්‍රධාන ආකාර 2 කට සිදු කරනු ලබයි.

1. අවසාන පදය දන්නේ නම් පහත සූත්‍රය භාවිත කළ හැකිය.

$$S_n = \frac{n}{2} [a+1]$$

2. අවසාන පදය නොදන්නේ නම් පහත සඳහන් සූත්‍රය භාවිත කළ හැකිය.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$$

ගැටළු

01. සමාන්තර ශ්‍රේණියක පලමුවැනි පදය 3 වන අතර 25 වැනි පදය 51 කි. මෙම ශ්‍රේණියේ මුල් පද 25 හි චේතනය ගණනය කරන්න.

02. සමාන්තර ශ්‍රේණියක මුල් පදය 8 සහ අවසාන පදය 128 කි. පදවල චේතනය 2,788 කි. ශ්‍රේණියේ පද ගණන සහ පොදු අන්තරය සොයන්න.

03. සමාන්තර ශ්‍රේණියක 15 වන පදය 37 ද මුල් පද 21 හි ඵෙකසය 525 ද වේ. අදාල සුත්‍ර භාවිතා කරමින්;

1. මුල් පදය සහ පොදු අන්තරය සොයන්න.
2. 36 වැනි පදය කියද?
3. ඉහත 15 වැනි පදයෙන් ආරම්භ කොට 36 වැනි පදයෙන් අවසන් වන පදවල එකතුව සොයන්න.

04. එක්තරා සමාන්තර ශ්‍රේණියක n වැනි පදය $7 - 4n$ වේ. එම ශ්‍රේණියේ,

1. මුල් පද තුන ලියා පොදු අන්තරය සොයන්න.
2. මෙහි -33 වන්නේ කවර පදය ද?
3. මුල් පද 12 හි එකතුව ද සොයන්න.

05. පිරවිය යුතු ජල ටැංකියක ධාරිතාවය (480m^3) නලයකින් දිනකට පුරවන ජල ප්‍රමාණයට වඩා ඊලඟ දින පුරවන ජල ප්‍රමාණය (2m^3) ක් වැඩිය. නලයකින් පලමු දින පුරවන ලද ජලය ප්‍රමාණය (5m^3) නම් එයට ටැංකිය පිරවීමට දින කීයක් ගතවේද?

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි (Geometric Progression)

කිසියම් සංඛ්‍යා සමූහයක අනුයාත සංඛ්‍යා අතරින් ඕනෑම සංඛ්‍යාවකින් පෙර සංඛ්‍යාව බෙදීමෙන් ලැබෙන පිළිතුර නියත අගයක් ගනී නම්, එය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පොදු අනුපාතය r වේ. ඒ අනුව,

$$r = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$

නිදසුන් $r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \dots$

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය a හෝ T_1 මගින් දැක්වනු ලැබේ.

මුල් පදය (a) වූද, ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පද දෙකක් අතර අනුපාතය තෙවත් පොදු අනුපාතය (Common a Ratio) r වූද, පද n සංඛ්‍යාවකින් සමන්විත වූ ද, ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් පහත පරිදි දැක්විය හැකිය.

$a, ar, ar^2 \dots \dots \dots ar^{n-1}$

$$T_n = ar^{n-1}$$

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක එකතුව සෙවීම

මුල් පදය a ද, පොදු අනුපාතය r ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පද n හි එකතුව සෙවීම ප්‍රධාන ආකාර 2කි.

1. r හි අගය 1ට වඩා වැඩි වන විට

$|r| > 1$ නම්,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

2. r හි අගය 1ට වඩා අඩු වන විට

$|r| < 1$ නම්,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

ගැටළු

01. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක නෙවැනි පදය 3 ද පස්වැනි පදය 27 වේ. එම ශ්‍රේණියේ මුල් පදයන් පොදු අනුපාතයන් සොයන්න. පොදු අනුපාතයන් සඳහා ලැබිය හැකි අගයන් කොපමණ තිබේද?

පොදු අනුපාතයට හා මුල් පදයට ලද අගයන් යොදා ගනිමින් එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල් පද පහේ චේතනය වෙන වෙනම සොයන්න.

02. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක දෙවැනි සහ තුන්වැනි පදවල එකතුව 3 කි. එහි හත්වැනි පදය හතර වැනි පදය මෙන් 8 ගුණයකි.

1. මෙම ශ්‍රේණියේ මුල් පදය හා පොදු අනුපාතය ගණනය කරන්න.
2. මෙහි 27 වැනි පදය, දෙකෙහි බලයක් ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

03. පද 4 කින් යුක්ත ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුලින් ඇති පද දෙකේ ඵෙකසය 8 ද, ඊලඟ පද දෙකේ ඵෙකසය (72) ද වේ. ඉහත අවශ්‍යතාවයන් සපුරාලන ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම ශ්‍රේණි දෙක ලියා දක්වන්න. එක් එක් ශ්‍රේණියේ පද 4 ක එකතුව සොයන්න.

04. ආකරයකින් ලැබෙන ආදායම සෑම වසරක් පාසා එම ආකාරයෙන් ඊට පෙර වසරේ ලැබූ ආදායමින් (12%) බැගින් වැඩිවෙමින් පවතී. පළමු වසරේ මෙම ආකාරයෙන් ලැබූ ආදායම රු. මිලියන (60) ක් වේ නම්, පළමු වසර 8 සඳහා ආකරයෙන් ලැබෙන මුළු ආදායම සොයන්න.

05. දිග සිහින් කම්බියක් පිළිවෙලින් කැබලි වලට කපා ඇත්තේ පලමුවන කැබැල්ල (5cm) වන ලෙසත් ඉන්පසු කපන සෑම කැබැල්ලක්ම ඒ හැම පෙර කැපූ කැබැල්ල මෙන් දෙගුණයක් වන පරිදිය.

1. මුල් කැබලි 4 හි දිගම ලියා දක්වන්න.
2. මෙම කැබලිවල දිග පිළිවෙලින් සැලකූ විට ලැබෙන්නේ කවර ශ්‍රේණියක් ද?
3. කම්බියේ දිග 2555cm නම් කැපීය හැකි කැබලි ගණන කීයද?