JMC vLearning
"your virtual learning partner"

ප්‍රතිපායන හා සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය

කැලුම් අතුරලිය

ජයසේකර කළමනාකරණ මධ්‍යස්ථානය
JAYASEKERA MANAGEMENT CENTRE (PVT) LTD
Estd. 1972

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd
Pioneers in Professional Education
65/2A, Chittampalam Gardiner Mawatha, Colombo 02 | T: +94 112 430451 | E: info@jmc.lk | F: +94 115 377917

ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය

විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය ගණිතමය සමීකරණයක් මගින් ප්‍රකාශ කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය මගින් අර්ථ දැක්වේ.

සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය

විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය සහසම්බන්ධතාවය ලෙස හැඳින්වේ. විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිරීක්ෂණය කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණ ලෙස හැඳින්වේ.

ව්‍යාපාරික ක්ෂේත්‍රයට ප්‍රතිපායනය සහ සහම්බන්ධතාවේ ඇති වැදගත්කම

1. කිසියම් ආයතනයක ප්‍රචාරණය සඳහා කරනු ලබන වියදමක් එමගින් අලෙවියට ඇති කරන බලපෑමක් විමර්ෂණය කල හැකි වේ.
2. භාණ්ඩයක මිල වැඩි කිරීමෙන් ඉල්ලුමේ ඇති වෙනස් වීම විමර්ශනය කල හැකි වේ.
3. යන්ත්‍රවල ආයු කාලයත්, නඩත්තු වියදමත් අතර සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කල හැකි වීම.

සරල රේඛීය ප්‍රතිපායනය (Simple Linear Regression)

මෙහි දී අප සලකා බලනු ලබන්නේ විචල්‍යයන් 2 ක් අතර රේඛීය සම්බන්ධතාවයකි. එබැවින් මෙය සරල රේඛීය ප්‍රතිපායන ලෙස හැඳින්වේ.

විචල්‍යයන් 2 කට වඩා වැඩි ප්‍රමාණයක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම බහු ගුණප්‍රතිපායනය යටතේ සිදු කෙරේ.

ස්වායක්ත සහ පරායක්ත විචල්‍යය

අභිමත ලෙස අගයන් තීරණය කළ හැකි විචල්‍ය ස්වායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද එම අගයන් මත රඳා පවතින විචල්‍ය පරායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද හැඳින්වේ.

ප්‍රතිපායනයේ දී අගය ඇස්ත්තමේන්තු කල යුතු විචල්‍යය, පරායක්ත විචල්‍ය ලෙසද අගය ඇස්තමේන්තු කිරීම සඳහා යොදා ගනු ලබන විචල්‍ය ස්වායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද හැඳින්වේ.

විසිරි තිත් සටහන්

විචල්‍යයන් යුගලයක නිරීක්ෂණයන්ගේ අගය යුගලයන් ලක්ෂ වශයෙන් සුදුසු පරිමාණයකට අනුව කාණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කිරීමෙන් ලැබෙන සටහන විසිරි තිත් සටහනක් ලෙස හැඳින්වේ.

මෙහි ස්වායක්ත විචල්‍ය X අක්ෂය මත ද පරායක්ත විචල්‍ය Y අක්ෂය මත ද ලකුණු කළ යුතුය.

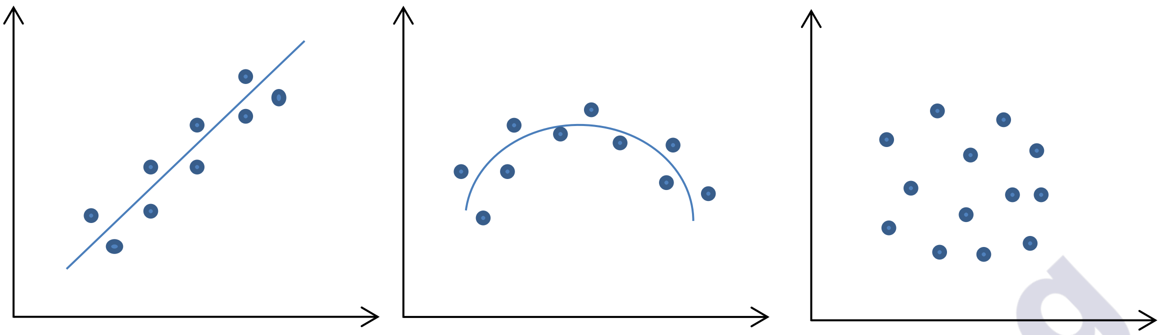
උදා:

එක්තරා ආයතනය සමූහයක යන්ත්‍රවල ආයු කාලය සහ නඩත්තු වියදම අතර සම්බන්ධයන් පහත වගුවෙන් දැක්වේ. (නඩත්තු වියදම ලබා ගෙන ඇත්තේ එක් සතියක වේ)

ආයු කාලය (වසර)	නඩත්තු වියදම (රු.)
5	210
10	240
15	270
20	300
30	310
35	320
40	340
50	360

JMC vLearning your virtual learning partner

විසිරි තිත් සටහනක ප්‍රයෝජනය වන්නේ විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධය පිළිබඳ දළ අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි වීමයි. එවැනි අවස්ථා කිහිපයක් පහත දැක්වේ.



රේඛීය සහසම්බන්ධය වක්‍ර සහසම්බන්ධය ශූන්‍ය සහසම්භන්ධය

ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය (Regression Analysis)

ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණයේ අරමුණු

1. විචල්‍යයන් 2 ක අතර පවතින රේඛීය සම්බන්ධතාවය ගණිතමය සමීකරණයකින් දැක්වීම.
2. විචල්‍යයන් 2 ක අතර පවතින සම්බන්ධතාවයෙන් දිශාව නිරීක්ෂණය කළ හැකි වීම.
3. අනාගත අගයන් ඇස්තමේන්තු කිරීම.

ප්‍රතිපායන රේඛා අනුසීහනය

විචල්‍යයන් දෙකට අදාළ අගය යුගලයන් දී ඇති විට ඒවාට ගැලපෙන පරිදි විචල්‍යයන් දෙක අතර සම්බන්ධතාවය දැක්වෙන සරල රේඛාවක් ලබා ගැනීම ප්‍රතිපායන රේඛා අනුසීහනය යි.

මෙහි දී අනුගමනය කරනු ලබන මූලික ක්‍රම 2 කි.

1. අනුපකාර ක්‍රමය
2. අඩුතම වර්ග ක්‍රමය

1. අනුපකාර ක්‍රමය

ගණිතමය ක්‍රමයක් උපයෝගී කොට නොගෙන විසිරි තිත් සටහනේ ලක්ෂයන් නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් පමණක් සරල රේඛාවක් ඇදීම අනුපකාර ක්‍රමය වේ.

විසිරි තිත් සටහනේ සියළුම ලකෂ වලට වඩාත් ආසන්න වන සේ සරල රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම, අනුපකාර ක්‍රමයයි.

උදා: ඉහත අදින ලද විසිරි තිත් සටහන මත අනුපකාර ක්‍රමයට උපනති නිර්මාණය කරන්න.

2. අඩුතම වර්ග ක්‍රමය

ඉහත ක්‍රමයේ ඇති දෝෂයන් මඟ හැර, කිසියම් දත්ත කාණ්ඩයක් සඳහා අනන්‍යය වූ රේඛාවක් ලබා ගැනීම මෙහි අරමුණයි. මෙම ක්‍රමය ප්‍රතිපායන රේඛාවක් ලබා ගැනීමේ

JMC vLearning "your virtual learning partner"

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

යෝග්‍යතම ක්‍රමය ලෙස ද හැඳින්වේ. මෙම ක්‍රමයෙන් ලබා ගන්නා රේඛාව අඩුතම වර්ග ප්‍රතිපායන රේඛාව ලෙස හැඳින්වේ.

අඩුතම වර්ග ප්‍රතිපායන රේඛාවේ සමීකරණය $Y = a + bX$ නම්,

1 වන ක්‍රමය

ප්‍රතිපායන රේඛාවේ අනුක්‍රමනය (b) හා අන්තඃඛණ්ඩය (a) පහත ප්‍රමත සමීකරණයන් විසඳීමෙන් ලබා දේ.

$$\sum y = na + b\sum y$$
$$\sum xy = a\sum X + b\sum X^2$$

නිදසුන:

x	y	xy	x^2
2	7		
5	10		
6	9		
7	14		
10	15		

2 වන ක්‍රමය

<u>a සහ b ගණනය කිරීමේ විකල්ප සූත්‍ර</u>

ඉහත 1 සහ 2 සමීකරණ විසඳීමෙන් ඉ සඳහා පහත සූත්‍රය ලබා ගනී.

$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

b ගණනය කිරීමෙන් පසු a පහත පරිදි ගණනය කරයි.

$$a = \bar{X} - b\bar{Y}$$

නිදසුන: 1

X	2	5	6	7	10
Y	7	10	9	14	15

අඩුතම වර්ග ක්‍රමය යොදා ගනිමින් X හා Y හි ප්‍රතිපායන සමීකරණය ලබා ගන්න.

නිදසුන: 1

එක්තරා ආයතනයක යන්ත්‍රවල ආයු කාලය සහ එම යන්ත්‍ර සඳහා සතියකට වැය වන නඩත්තු වියදම පහත දැක් වේ.

ආයු කාලය (පැය)	5	10	15	20	30	30	30	50	50	60
නඩත්තු වියදම (රු.)	200	240	250	300	320	340	310	300	350	390

අඩුතම වර්ග ක්‍රමය යොදා ගනිමින් X හා Y හි ප්‍රතිපායන සමීකරණය ලබා ගන්න.

JMC vLearning "your virtual learning partner"

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

සහසම්බන්ධ විශ්ලේෂණය (Correlation Analysis)

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධය සහසම්බන්ධය ලෙස හැඳින්වෙන අතර එම විචල්‍යයන් දෙක අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිරීක්ෂණය කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශණය කිරීම සහ සම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය ලෙස හැඳින්වේ. සහසම්න්ධතාවය ප්‍රධාන වශයෙන් කොටස් 3 කට බෙදනු ලැබේ.

1. ධන සහසම්බන්ධතාවය
2. ඍණ සහසම්බන්ධතාවය
3. ශූන්‍ය සහසම්න්ධතාවය

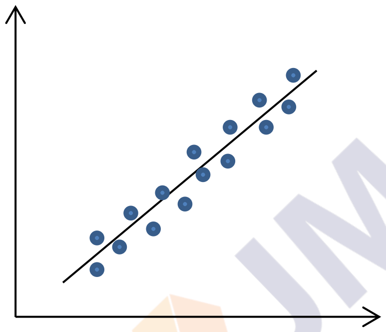
ධන සහසම්න්ධතාවය

එකිනෙකට සම්බන්ධිත විචල්‍යයන් දෙකක, එක් විචල්‍යක අගය වැඩි වීමේ දී, අනෙක් විචල්‍යයේ අගය දල වැඩිවෙයි නම් එම විචල්‍යයන් දෙක අතර ධන සහසම්න්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

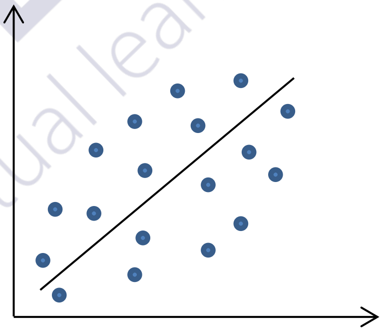
උදා:

(i) මිල සහ සැපයුම අතර ධන සහසම්බන්ධයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

(ii) යන්ත්‍රයක ආයු කාලය සහ නඩත්තු වියදම අතර ධන සහසම්බන්ධයක් පවතී. ධන සහසම්බන්ධතාවයේ ස්වභාවය පහත පරිදි විසිරි තිත් සටහන් මඟින්, ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



ප්‍රබල ධන සහසම්බන්ධය



දුබල ධන සහසම්බන්ධය

ඍණ සහසම්බන්ධතාවය

එකිනෙකට සම්බන්ධිත විචල්‍යයන් දෙකක, එක් විචල්‍යයක අගය වැඩි වීමේ දී ඊට සම්බන්ධිත අනෙක් විචල්‍යයේ අගය අඩු වේ නම් එම විචල්‍යයන් දෙක අතර ඍණ සහසම්බන්ධයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

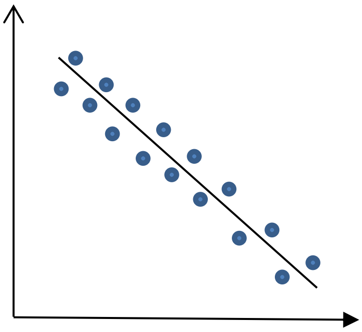
උදා :

i. මිල සහ ඉල්ලුම අතර ඍණ සහසම්බන්ධයක් පවතී.

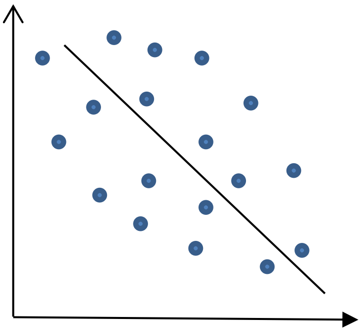
ii. රූපවාහිනී අලෙවි සහ සිනමාහල්වල ආදායම අතර ඍණ සහසම්බන්ධයක් පවතී.

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

සෘණ සහසම්බන්ධතාවයේ ස්වභාවය විසිරි තිත් සටහන් මගින් පහත පරිදි ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



ප්‍රබල සෘණ සහසම්බන්ධය



දුබල සෘණ සහසම්බන්ධය

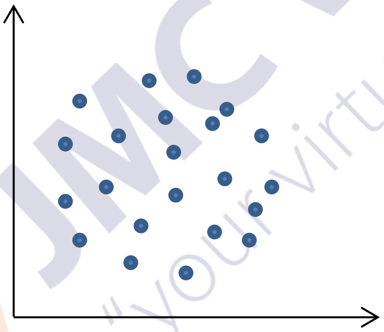
ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර සම්බන්ධයක් නොපවතින විට එම විචල්‍යයන් 2 ක් අතර ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

උදා :

සීනිවල මිල සහ සබන් වලට ඇති ඉල්ලුම අතර ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය පහත පරිදි විසිරි තිත් සටහනක් මඟින් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය

කාල් පියර්සන්ගේ ගුණිත ඝූර්ණ සහසම්බන්ධතා සංගුණකය – (r)

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිර්ණය කිරීම සඳහා කාල් පියර්සන්ගේ ගුණිත ඝූර්ණ සහසම්බන්ධතා සංගුණකය යොදා ගනී.

මෙය §r¶ මගින් සංකේතවත් කරන අතර එය පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

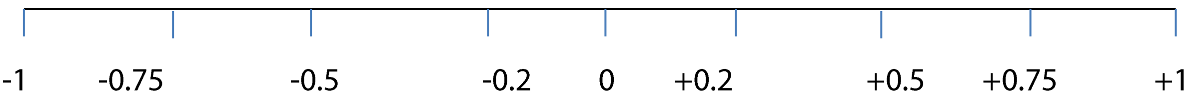
$$r = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{(n\sum X^2 - (\sum X)^2)(n\sum Y^2 - (\sum Y)^2)}}$$

මෙහි අගයන $-1 \leq r \leq 1$ වන පරාසය තුළ පිහිටයි.

r සඳහා ලැබෙන අගය මත සහසම්බන්ධතාවය පහත පරිදි විස්තර කළ හැකි ය.

JMC vLearning "your virtual learning partner"

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd



නිදසුන:

එක්තරා ආයතනයක පසුගිය මාස 5 ක කාලයක් තුළ එක් එක් මාසයේ ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම (රුපියල් දහය ගණනින්) පහත පරිදි වේ.

ප්‍රචාරක වියදම	2	4	5	6	8
විකුණුම් ආදයම	10	15	20	25	30

ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම අතර සහසම්බන්ධතා සංගුණකය ගණනය කර සම්බන්ධතාවය පිළිබඳ අදහස් දක්වන්න.

නීරක්ෂණ සංගුණකය (R^2)

x නම් ස්වායත්ත විචල්‍ය මගින් y හි විචලනය කොතෙක් දුරට විස්තර වන්නේ යන්න මත ප්‍රතිපායන රෙඛාවක යෝග්‍යතාවය හෙවත් ප්‍රතිපායන සමීකරණයක අනුසිහුමේ හොඳකම පිළිබඳ පරීක්ෂා කළ හැකිය මේ සඳහා නීරක්ෂණ සංගුණකය (R2) යොදාගනී.

උදාහරණය :

$$R^2 = r^2$$

$$r^2 = 0.9$$

$$R^2 = 0.9^2 = 0.81$$

උදාහරනයක් ලෙසල ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම අතර සහසම්බන්ධතා සංගුණකය 0.9 ක් නම්, නීර්ණන සංගුණකය 0.81කි. එනම්ල 81% කි.

මෙයින් පැහැදිලි වන්නේල විකුණුම් ආදායමේ වැඩි වීමෙන් 81% ක් පමණක් ප්‍රචාරක වියදම වැඩි කිරීම හේතුවෙන් සිදුවී ඇති බවයි

උදාහරණය

ප්‍රචාරක වියදම රු.මි. 1 කින් වැඩි කල වීටල විකුණුම් ආදායම රු.මි. 60 කින් වැඩිවී ඇත.

	ප්‍රචාරක වියදම (Rs. M)	විකුණුම් ආදායම (Rs. M)	
වැඩිවීම රු.මි. 1	4	500	වැඩිවීම රු.මි. 60
	5	560	

JMC vLearning your virtual learning partner

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

වැඩිවීම රු.මි. 60

81%
(විස්තර කල හැකි විචලනය)

Rs. 48.6 m

ප්‍රචාරනය හේතුවෙන් වැඩිවූ ප්‍රමාණය.

19%
(විස්තර කල නොහැකි විචලනය)

Rs. 11.4 m

ප්‍රචාරනය හේතුවෙන් වැඩිවූ ප්‍රමාණය.

එනම් මිල, ගුණාත්ව.... යනාදිය.

JMC vLearning
"your virtual learning partner"

© 2020 JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd