

සම්භාවිතාවය

AAT අදියර I BMS - ව්‍යාපාර ගණිතය හා සංඛ්‍යානය

Type your text

දෙවිහිත් සුදීර
B.Sc. Accountancy & Finance(Hons.) RUSL (UG), CA (Coperate Level), AAT (Passed Finalist),
Dip. in Psychology & Councelling, Dip. in ICT & ENG

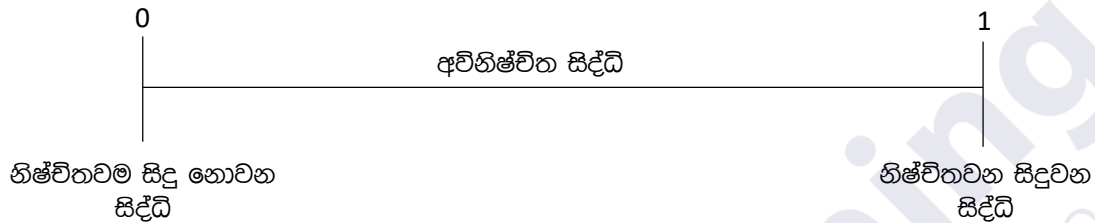
JMC ජයසේකර කළමනාකරණ මධ්‍යස්ථානය **Estd. 1972**
JAYASEKERA MANAGEMENT CENTRE (PVT) LTD

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd
Pioneers in Professional Education
65/2A, Chittampalam Gardiner Mawatha, Colombo 02 | T: +94 112 430451 | E: info@jmc.lk | F: +94 115 377917

සම්භාවිතාවය (Probability)

යම් සිද්ධියක් සිදුවීමේ හෝ නොවීමේ හැකියාව ප්‍රමාණාත්මකව මැන දැක්වීම **සම්භාවිතාව** නම් වේ.

යම් සිද්ධියක් නිෂ්චිතව සිදු වේ නම් එම සිද්ධිය සිදුවීමේ හැකියාව 1 වන අතර යම් සිද්ධියක් සිදු නොවේ නම් එහි සම්භාවිතාව 0 වේ.



ව්‍යාපාර ක්ෂේත්‍රයට සම්භාවිතාවේ ඇති වැදගත්කම

- ව්‍යාපාර ක්ෂේත්‍රයේ බොහෝ සිද්ධි අවිනිෂ්චිත වන බැවින් එම අවිනිෂ්චිතභාවය මැන දැක්වීමට සම්භාවිතාවය යොදා ගනී.
(අමුද්‍රව්‍ය නිසි වේලාවට ලැබීම, නිෂ්පාදන කටයුතු අවසන් කර ගැනීම, සෙවක වර්ජන ඇතිවීම, වෙළඳපොළ ඉල්ලුම අඩුවීම)
- ව්‍යාපාර ක්ෂේත්‍රයේ බොහෝවිට නියැදි ප්‍රථිඵල මත සමස්තය පිළිබඳ තීරණ වලට ඵලඹෙන අතර නියැදියකින් සමස්ථය පිළිබඳව තීරණ වලට ඵලඹීමේදී ඇති වන අවධානම ප්‍රමාණාත්මකව මැන දැක්වීම සම්භාවිතාව මඟින් සිදු කෙරේ.
- සංඛ්‍යාත තත්ත්ව පාලනයේ සම්භාවිතා ශිල්ප ක්‍රම යොදා ගනී.

සසම්භාවී පරීක්ෂණ (Random Experiments)

යම් පරීක්ෂණයක් සිදු කිරීමට පෙර එම පරීක්ෂණයෙන් ලැබිය හැකි ප්‍රථිඵල අතරින් කුමන ප්‍රථිඵලය ලැබේදැයි නිෂ්චිතවම ප්‍රකාශ කල නොහැකි පරීක්ෂණ, සසම්භාවී පරීක්ෂණ නම් වේ.

- සමබර කාසියක් උඩ දැමීම
- සමබර දාදු කැටයක් පෙරලීම
- නිෂ්පාදිතයක සදොස් හිදොස් බව පරීක්ෂා කිරීම

නියැදි අවකාශය (Sample space)

යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකින් ලැබිය හැකි සියලුම ප්‍රථිඵල අඩංගු කුලකය නියැදි අවකාශය නම් වේ.

- සමබර කාසියක් උඩ දැමූ විට
 $S = \{ H, T \}$
- සමබර දාදු කැටයක් පෙරලීම
 $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
- සමබර කාසි 2 ක් උඩ දැමූ විට
 $S = \{ (H, H), (T, T), (H, T), (T, H) \}$

සිද්ධි (Event)

නියැදි අවකාශය තුළ අඩංගු එක් අවයවයක් අවයව කිහිපයක් අඩංගු කුලකය සිද්ධි නම් වේ.

○ සරල සිද්ධි – Simple Event

නියැදි අවකාශය තුළ අඩංගු එක් අවයවයකින් පමණක් සමන්විත කුලකය සරල සිද්ධියක් වේ.
 ආදාන කැටයක් පෙරළී විට අය ගණන 5 ලැබීම
 $S = \{ 5 \}$

○ සංයුක්ත සිද්ධි – Compound Events

නියැදි අවකාශය තුළ අඩංගු එක් අවයවයකට වඩා වැඩි අවයව ගණනකින් සමන්විත කුලකය සංයුක්ත සිද්ධියක් වේ
 $\{ 1, 3, 5 \}$

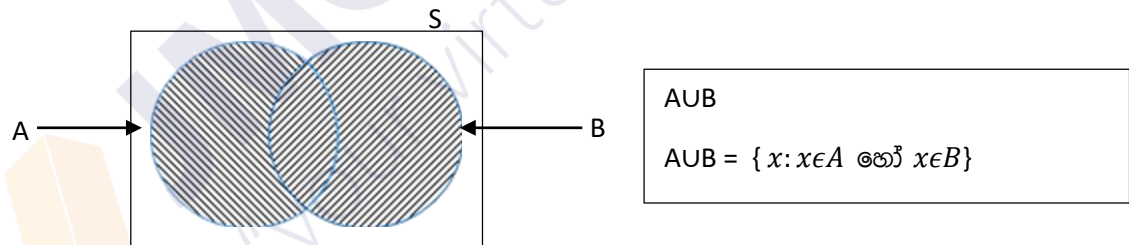
○ අහිඹුණ සිද්ධි

නියැදි අවකාශය තුළ අඩංගු එක් අවයවයක් හෝ නොමැති සිද්ධියක් අහිඹුණ සිද්ධියක් වේ
 ආදාන කැටයක් පෙරලූ විට 7හි ගුණාකාරය ලැබීම
 $\{ \emptyset \}$

සිද්ධි සුසංයෝජනය - Combination of Events

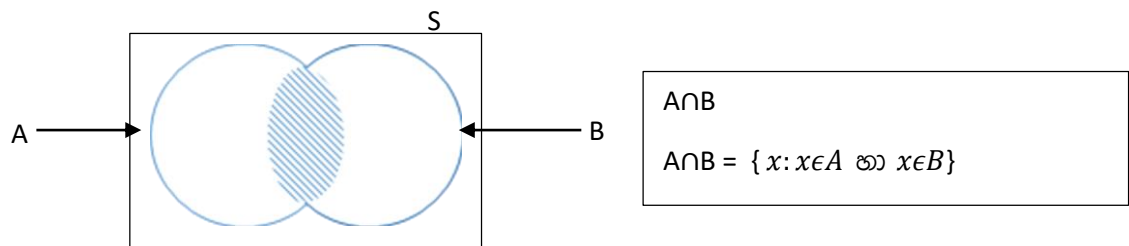
සිද්ධි දෙකක මේලය - Union of Two Events

A හා B යනු S නියැදි අවකාශය තුළ සිදුවන නියැදි 02 ක් නම් A සිද්ධියට හෝ B සිද්ධියට අයත් අවයව තුළින් සමන්විත කුලකය A හා B සිද්ධි දෙකේ මේලය වේ.



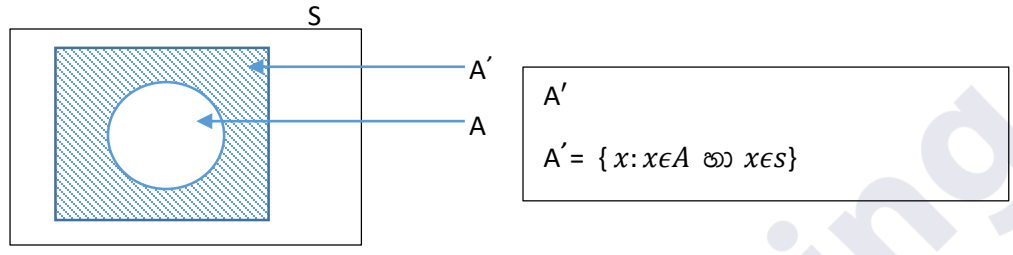
සිද්ධි දෙකක ජේදනය - Intersection of Two Events

A හා B යනු S නියැදි අවකාශය තුළ සිදුවන නියැදි 02 ක් නම් A සිද්ධියට හා B සිද්ධියට අයත් අවයව වලින් සමන්විත කුලකය A හා B සිද්ධි දෙකේ ජේදනය වේ.



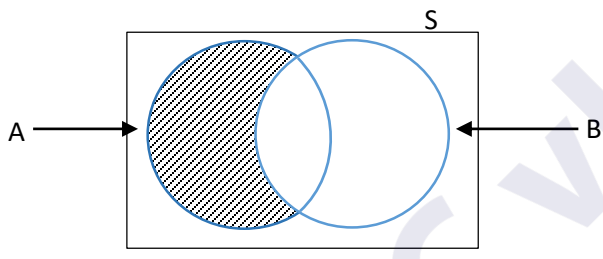
සිද්ධියක අනුපූරකය – Compliment of an Event

යම් සිද්ධියකට අයත් නොවන එහෙත් නියැදි අවකාශයට අයත් අවයව වලින් සමන්විත කුලකය A සිද්ධියේ අනුපූරකය වේ



සිද්ධි දෙකක වෙනස – Difference of Two Events

A හා B යනු S නියැදි අවකාශය තුළ අඩංගු සිද්ධි 02 ක් නම් A සිද්ධියට අයත් එහෙත් B සිද්ධියට අයත් නොවන අවයව වලින් සමන්විත කුලකය A හා B සිද්ධි වල වෙනස වේ



සමභව්‍ය සිද්ධි – Equally Likely Events

නියැදි අවකාශය තුළ එක් එක් සිද්ධිය සිදුවීමේ හැකියාව සමාන නම් ඒවා සමභව්‍ය සිද්ධි නම් වේ

- සමබර දාදු කැටයන් උඩ දැමූ විට ඕනෑම අය ගණනක් ලැබීමේ හැකියාව $\frac{1}{6}$ කි
- සමබර කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස ලැබීම හා අගය ලැබීම $\frac{1}{2}$ කි

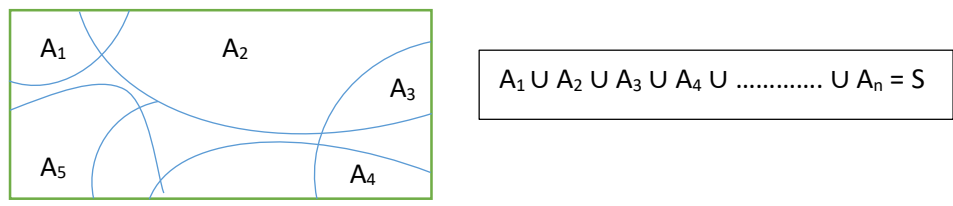
අනෙක් වශයෙන් බහිෂ්කාරක සිද්ධි - Mutually Exclusive Events

නියැදි අවකාශය තුළ එක් එක් සිද්ධියක් සිදුවීම මගින් අනෙක් සිද්ධිය සිදුවීම වලක්වාලයි නම් විය අනෙක් වශයෙන් බහිෂ්කාරක සිද්ධියක් වේ

එනම් යම් සිද්ධි 2 ක් එකවර සිදු නොවේ නම් ඒවා අනෙක් වශයෙන් බහිෂ්කාරක සිද්ධි වේ

සමූහිත වශයෙන් සිද්ධි - Collectively Exclusive Events

යම් සිද්ධි සමූහයක මේලය මගින් මුළු නියැදි අවකාශය අයත් කර ගනී නම් ඒවා සමූහිත වශයෙන් නිරවශේෂ සිද්ධි වේ



Eg :

01. දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම A ලෙසද ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීම B ලෙසද ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම C ලෙසද ගනිමු

$$A = \{2, 4, 6\} \quad A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{2, 3, 5\} \quad A \cup B \cup C = \{S\}$$

$$C = \{1, 3, 6\}$$

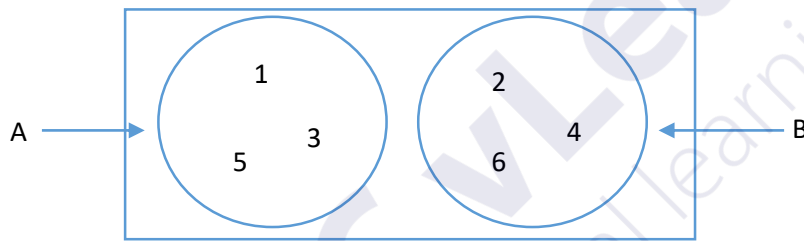
02. දාදු කැටයක් පෙරළී විට 5 ට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබීම A ද 2 ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීම B ද ලෙස ගනිමු

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad A \cup B = \{S\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\}$$

03. - කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස හා අගය ලැබීම

- හිඡ්පාදනයකින් තෝරාගත් ඒකකයක් සදොස් ඒකකයක් හා හිදොස් ඒකකයක් වීම
- දාදු කැටයක් පෙරළී විට ඔත්තේ හා ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම



$$A = \{1, 3, 5\} \quad A \cap B = \{\emptyset\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

සම්භාවිතා පිවිසුම් - Probability Approaches

පුද්ගලයින් සම්භාවිතාවට පිවිසුණු ආකාරය හෙවත් සම්භාවිතාව සොයාගත් ආකාරය සම්භාවිතා පිවිසුම මඟින් අධ්‍යනය කරයි.

අනු අතීතයේ මිනිසුන් සුදු ක්‍රීඩාවෙන් ලැබූ ජයග්‍රහණයන් තම වාසනාව මත පදනම් වේ යැයි සිතූහ. එහෙත් පසුකාලීනව සුදු ක්‍රීඩාවේ යෙදීමට පෙර වයින් ජයග්‍රහණය කිරීමේ හැකියාව පිළිබඳ පුද්ගලයින්ගේ අවධානව යොමු විය. එනම් සම්භාවිතාවය කෙරෙහි පුද්ගලයින්ගේ අවධානය යොමු කරන ලදී.

සම්භාවිතා ගිවිසුම් ආකාර 4 කි

- 1 ආචර්ණ කල්පිත පිවිසුම / පෞරාණික පිවිසුම
- 2 සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාත පිවිසුම
- 3 පුද්ගල නිඡ්‍රිත පිවිසුම
- 4 ප්‍රත්‍යක්ෂම පිවිසුම / ගණිතමය පිවිසුම

ආච්චණ කල්පිත පිවිසුම / පෞරාණික පිවිසුම

යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකින් සම්භව්‍ය ප්‍රථිඵල ඇතිකරයි නම්

යම් සිද්ධියකට අයත් අවයව ගණන නියැදි අවකාශයේ මුලු අවයව ගණනින් බෙදූ විට එම සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය ලැබේ.

සමබර කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාවය

$$S = \{H, T\}$$

$$P(H) = \frac{1}{2}$$

සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාත පිවිසුම

යම් පරීක්ෂණයක් m වාර ගණනක් සිදුකිරීමේදී වියත් යම් සිද්ධියකට අයත් වාර ගණන n නම් $\frac{m}{n}$ මගින් සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතය ලැබේ

පරීක්ෂණය සිදු කරන වාර ගණන වැඩිකරගෙන යාමේදී මෙම සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතය නියත අගයකට එළඹෙන අතර එය එම සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය වේ

$$\text{සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතය} = \frac{m}{n}$$

පුද්ගල නිඃශ්‍රිත පිවිසුම

පවතින තොරතුරු සැලකිල්ලට ගෙන යම් ක්ෂේත්‍රයක් පිලිබඳ දැනුමක්, අත්දැකීම හා අවබෝධය උපයෝගී කරගනිමින් යම් සිද්ධියක් සඳහා සම්භාවිතා අගයක් පවසයි නම් එය පුද්ගල නිඃශ්‍රිත පිවිසුම නම් වේ

Eg:

කළමනාකරුවෙකු විසින් ව්‍යාපාරයේ ලාභ ලැබීමේ සම්භාවිතාවය ප්‍රකාශ කිරීම

වෘත්තීය සමිති නායකයින් විසින් සේවක වර්ජනයක් ඇරඹීම

ප්‍රත්‍යක්ෂම පිවිසුම/ගණිතමය පිවිසුම

ඉහත මුල් සම්භාවිතා පිවිසුම් 3 මගින් සොයුගනු ලැබූ සම්භාවිතා අගයන් උපයෝගී කරගෙන වඩා සංකීර්ණ සිද්ධීන්හි සම්භාවිතාවන් ගණනය කිරීම සඳහා සම්භාවිතා ප්‍රමේයන් යොදා ගැනීම ප්‍රත්‍යක්ෂම පිවිසුම හෙවත් ගණිතමය පිවිසුම මගින් සිදු කරයි. මෙහිදී යොදාගනු ලබන සම්භාවිතා ප්‍රමේයය පහත පරිදි වේ

- I) $P(\emptyset) = 0$
- II) $P(A^c) = 1 - P(A)$
- III) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
- IV) සම්භාවිතා ආකලන නියමය හා ඕනෑම සිද්ධීන් 2 ක් $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

සම්භාවිතා ගුණන නියමය

යම් සිද්ධීන් 2 ක් එකවර සිදුවීමේ සම්භාවිතාව හෙවත් සිද්ධීන් 2 ක ජේදනයේ සම්භාවිතාව ගුණන නියමය මගින් ලැබේ

අසම්භව්‍ය සම්භාවිතාවෙහි හරස් ගණිතය මගින් සම්භාවිතා ගුණන නියමය සඳහා සූත්‍රය ලැබේ

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) P(B/A)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B) P(A/B)$$

එක් සිද්ධියක් සිදුවීම අනෙක් සිද්ධිය සිදුවීමට බලපෑමක් හෙතරයි නම් ඒවා ස්වායත්ත සිද්ධි වේ

අසම්භව්‍ය සම්භාවිතාව

එක් සිද්ධියක් සිදුවී ඇතැයි දී ඇති විට තවත් සිද්ධියක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාව අසම්භව්‍ය සම්භාවිතාව නම් වේ
 A සිද්ධිය සිදු වී ඇතැයි දී ඇති විට B සිද්ධිය සිදුවීමේ අසම්භව්‍ය සම්භාවිතාව

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

B සිද්ධිය සිදු වී ඇතැයි දී ඇති විට A සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාව

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

අසම්භව්‍ය සම්භාවිතාව සිදුවනුයේ අමතර තොරතුරු ලැබීම මගින් නියැදි අවකාශය සීමා වී සම්භාවිතා අගය ඉහල යාමය. එමඟින් අවිනිෂ්චිතභාවය අඩුවේ.

අත්‍යය

එක්තරා ආයතනයකට සේවකයන් ප්‍රමිතිර්ඛව හා රැකියා අංශය අනුව බෙදී තිබූ අයුරු පහත දැක්වේ

	ස්ත්‍රී (F)	පුරුෂ (M)	
නිෂ්පාදන අංශය (A)	220	130	350
අලෙවි අංශය (B)	30	60	90
පරිපාලන අංශය (C)	20	40	60
	270	230	500

මෙයින් සසම්භව්‍ය ලෙස සේවකයෙකු තෝරාගත් විට

- (i) එම තැනැත්තාගේ අලෙවි අංශයේ සේවය කිරීමේ සම්භාවිතාව
- (ii) එම තැනැත්තා ස්ත්‍රීයක වීමේ සම්භාවිතාව
- (iii) එම තැනැත්තා පුරුෂයෙකු නම් නිෂ්පාදන අංශයේ සේවය කිරීමේ සම්භාවිතාව

සසම්භාවී විචල්‍ය හා සම්භාවිතා ව්‍යාපෘතීන්

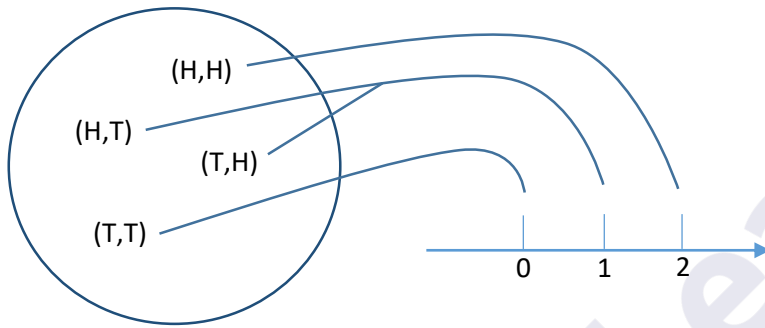
යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී ලැබෙන නියැදි අවකාශය තුළ අර්ථ දක්වන ලද තාත්වික සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සහිත ශ්‍රිතයක් සසම්භාවී විචල්‍යයක් ලෙස හැඳින්වේ

Eg

සමබර කාසි 2 ක් එකවර උඩදැමූ විට

$$S = \{(H,H) (H,T) (T,H) (T,T)\}$$

මෙහිදී ලැබෙන සිරස් ගණන x ලෙස හැඳින්වේ



සසම්භාවී විචල්‍ය ආකාර 2 ක්

- 1) විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍ය
- 2) සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍ය

විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍ය

පරිමිත ලක්ෂණයන්ගෙන් හෝ ගැහිය හැකි අපරිමිත ලක්ෂණයන්ගෙන් සමන්විත නියැදි අවකාශය තුළ අර්ථ දක්වන ලද තාත්වික සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සහිත ශ්‍රිතයක් විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක් ලෙස සැලකේ

Eg

- නිෂ්පාදිතයක ඇති සදොස් ඒකක ගණන
- මිනිත්තුවකදී වෙළඳසැලකට පැමිණෙන පාරිභෝගිකයින් ගණන
- මුද්‍රිත පිටුවක ඇති දෝෂ ගණන

විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයෙන් ලැබෙනුයේ ගණන්කිරීම මගින්, තවද ඒවාට මිනුම් ඒකකද නොමැත

සන්නික සසම්භාවී විචලන

යම් අගය පරාසයක පිහිටි අපරිමිත අගයන්ගෙන් සමන්විත නියැදි අවකාශය තුළ අර්ථ දක්වන ලද තාත්වික සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සහිත ශ්‍රිතයක් සන්නික විචලනයක් වේ

Eg

- පන්තියක සිසුන්ගේ බර
- විදුලි බුබුබු විශේෂයක ආයුකාලය
- බිම් බෝතල් විශේෂයක ඇති බිම් පරිමාව

සන්නික සසම්භාවී විචලනයන් ලැබෙනුයේ කිරීම්, මැනීම් මගින් තවද ඒවාට මිනුම් ඒකක ඇත

සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය

යම් සසම්භාවී විචලනයක් ඊට අනුරූප සම්භාවිතාව සමග ක්‍රමානුකූලව පිලියෙළ කල විට එය සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් ලෙස හැඳින්වේ

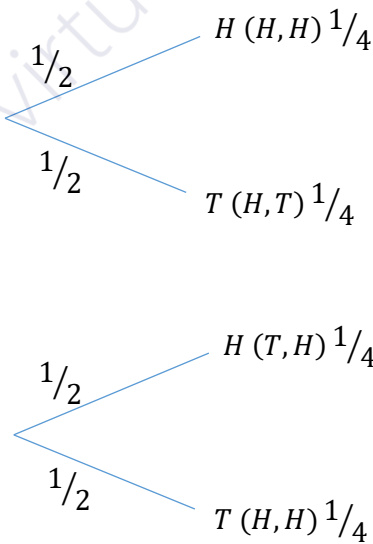
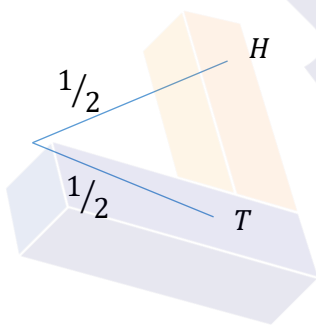
Eg

සමබර කාසි 2 ක් එකවර උඩ දැමූ විට ලැබෙන සිරස් ගණන x ලෙස ගනිමු

$$S = \{(H,H) (H,T) (T,H) (T,T)\}$$

x = ලැබෙන සිරස් ගණන

x	= 0	1	2
$P(x)$	= $1/4$	$2/4$	$1/4$



සමභාවිතා ව්‍යාප්තියක ලක්ෂණ

1. සමභාවිතා ව්‍යාප්තියක ප්‍රධාන ලක්ෂණ 2 කි

$$P(x) \geq 0$$

2. සමභාවිතාවන්ගේ මුලු එකතුව 1 විය යුතුයි

$$\sum P(x) = 1$$

සමභාවිතා ව්‍යාප්තියක අපේක්ෂිත අගය හා විචලතාවය

අපේක්ෂිත අගය / මධ්‍යන්‍ය

යම් සමභාවිතා ව්‍යාප්තියක අපේක්ෂිත අගය හෙවත් මධ්‍යන්‍ය ගණනය කිරීම සඳහා සසම්භාවී විචල්‍ය ඊට අනුරූප සමභාවිතාවෙන් ගුණකර ලැබෙන අගය එකතු කල යුතුය

$$E(x) = \sum x \cdot p(x)$$

විචලතාවය

සමභාවිතා ව්‍යාප්තියක විචලතාවය ගණනය කිරීම සඳහා සසම්භාවී විචල්‍යයේ වර්ගය අදාල සමභාවිතාවෙන් ගුණකර ලැබෙන අගයන්ගේ එකතුවෙන් අපේක්ෂිත අගයේ වර්ගය අඩු කල යුතුය

$$Var(x) = \sum x^2 P(x) - [E(x)]^2$$

Eg 01

සමබර කාසි 2 ක් ගෙන එකවර උඩ දැමූ විට ලැබෙන සිරස් ගණන x ලෙස ගෙන එහි ඇති x හි සමභාවිතා ව්‍යාප්තිය ලියා දක්වන්න

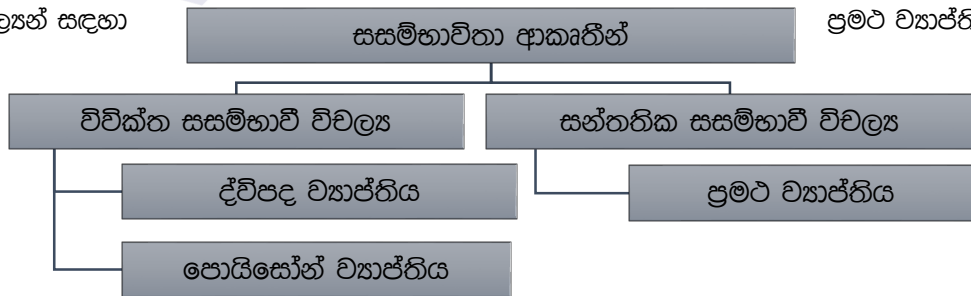
එහි සාපේක්ෂ අගය හා විචලතාවය ගණනය කරන්න

x	= 0	1	2
$P(x)$	= 1/4	2/4	1/4

සමභාවිතා ආකෘතීන්

ප්‍රායෝගික ලෝකයේ පවතින සංකීර්ණ සමභාවිතා ගැටලු විසඳීම සඳහා සමභාවිතා ආකෘතිය යොදාගනී

බහුලව භාවිතාකරන සමභාවිතා ආකෘතීන් 3 කි. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයන් සඳහා ද්විපද ව්‍යාප්තිය හා පොයිසෝන් ව්‍යාප්තියද සන්නික සසම්භාවී විචල්‍යයන් සඳහා ප්‍රමථ ව්‍යාප්තියද යොදා ගනී

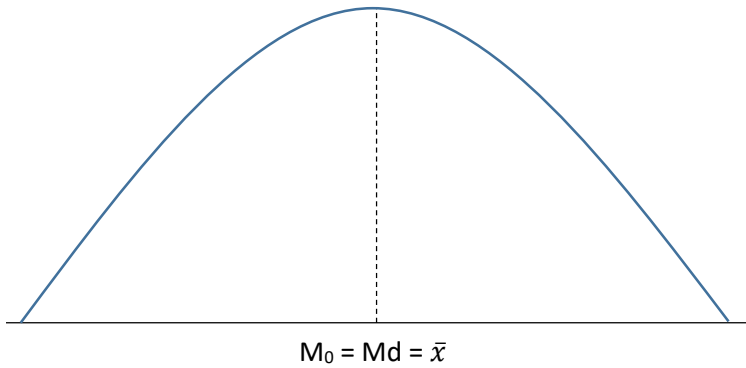


ප්‍රමථ ව්‍යාප්තීන්

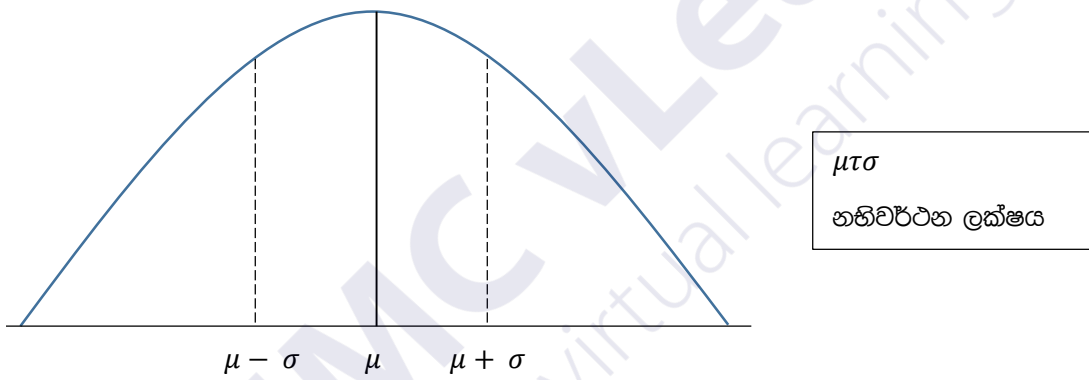
සන්තතික සසම්භාවී විචලනයන්හි සම්භාවිතාව සෙවීම සඳහා ප්‍රමථ ව්‍යාප්තිය යොදාගනී

ප්‍රමථ ව්‍යාප්තියේ ලක්ෂණ

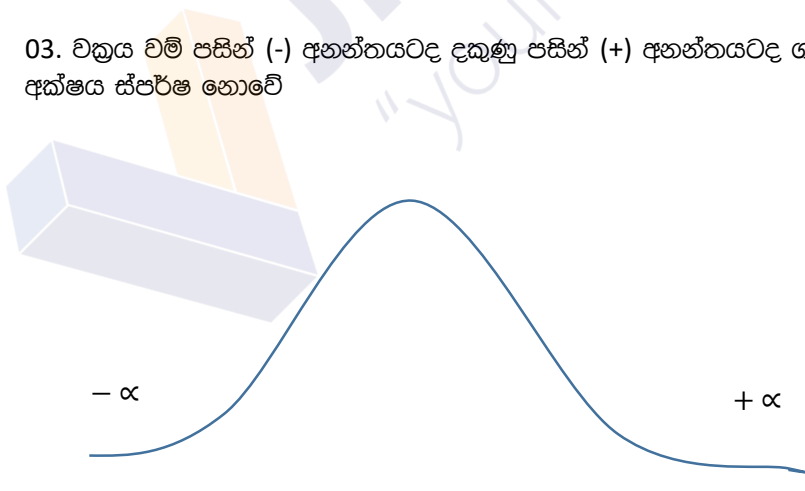
01. මාතය, මධ්‍යස්ථය, මධ්‍යනය සමාන වේ



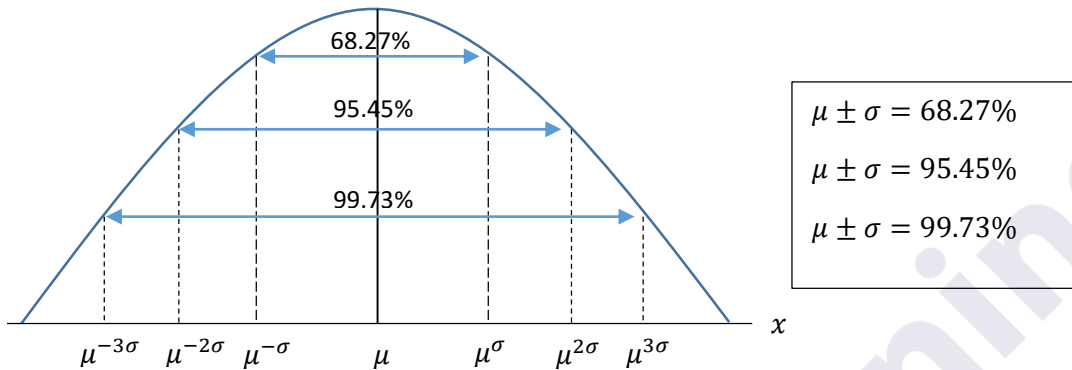
02. මධ්‍යනය වටා සමමිතික ව්‍යාප්තියකි



03. චක්‍රය වම් පසින් (-) අනන්තයටද දකුණු පසින් (+) අනන්තයටද ගමන් කරන නමුත් කිසිවිටෙක හරස් අක්ෂය ස්පර්ෂ නොවේ



04. වක්‍රයෙහි වටවන මුලු වර්ගඵලය 1 ක් විය යුතු අතර මධ්‍යනයෙන් සම්මත අපගමනයන් ඇතුළත 68.27% ක් ද මධ්‍යනයෙන් සම්මත අපගමනයන් 2 ක් ඇතුළුව මුලු අගයන්ගෙන් 95.45 ක් ද මධ්‍යනයෙන් සම්මත අපගමන 3 ක් ඇතුළත මුලු අගයන්ගෙන් 99.73% ක් ද පිහිටයි



05. කුටිකතා සංගුණකය 0 විය යුතු අතර වක්‍රම සංගුණකය 0.263 ක් විය යුතුය.

ප්‍රමථ ව්‍යාප්තියක පරාමිතීන්

ප්‍රමථ ව්‍යාප්තියක ආශ්‍රිත සම්භාවිතා ගැටපු විසඳීම සඳහා අවශ්‍ය පරාමිතීන් ගණන 2 කි

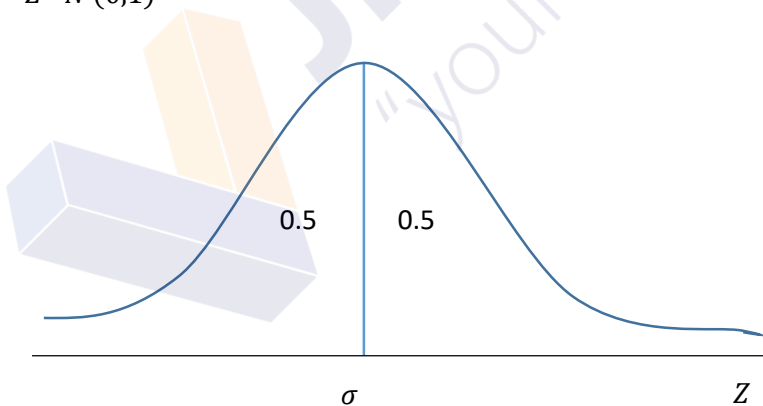
- 01 මධ්‍යන්‍යය μ
- 02 විචලතාවය σ^2

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

සම්මත ප්‍රමථ ව්‍යාප්තිය

මධ්‍යන්‍යය 0 හා විචලතාව 1 වන ප්‍රමථ ව්‍යාප්තිය සම්මත ප්‍රමථ ව්‍යාප්තිය ලෙස හැඳින්වේ

$$Z \sim N(0,1)$$



ප්‍රමථ විචලය X සම්මත ප්‍රමථ විචලය 2 පහත පරිදි පරිවර්තනය කරනු ලබයි

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Eg 01

එක්තරා විදුලි බුබුලු විශේෂයක ආයු කාලය, මධ්‍යන්‍යය පැය 2000 ක් හා සම්මත අපගමනය පැය 200 ක් වන සේ ප්‍රමට්ට වීසිජේ. මෙයින් සසම්භාවී ලෙස විදුලි බුබුලක් තෝරා ගත් විට එහි ආයුකාලය,

- 1 පැය 2000 - 2200 ත් අතර වීමේ
- 2 පැය 1700 - 2000 ත් අතර වීමේ
- 3 පැය 1750 - 2150 ත් අතර වීමේ
- 4 පැය 1600 ට වැඩි වීමේ
- 5 පැය 2100 ට අඩු වීමේ
- 6 පැය 2250 ට වැඩි වීමේ
- 7 පැය 1750 ට අඩු වීමේ
- 8 පැය 2100 - 2500 ත් අතර වීමේ
- 9 පැය 1600 - 1800 ත් අතර වීමේ
- 10 පැය 1700 ට අඩු වීමේ හෝ 2300 ට වැඩි වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න

Eg 02

එක්තරා විභාගයකට පෙනී සිටි අපේක්ෂිතයින් 5000 කින් ලකුණු මධ්‍යන්‍යය 52 හා සම්මත අපගමනය 16 වන සේ ප්‍රමට්ට වීසිජි ඇත

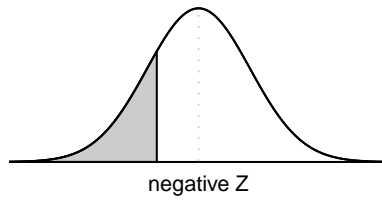
අ.

- 1 සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් අපේක්ෂකයෙකුගේ ලකුණු 60 ට වඩා වැඩි සම්භාවිතාවය සොයන්න
- 2 අපේක්ෂකයන්ගෙන් කොපමණ සමානුපාතිකයක් ලකුණු 40 ට වඩා අඩුවෙන් ලබාගෙන තිබේද?
- 3 ලකුණු 30 - 70 ත් අතර ලබාගත් ආපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය කොපමණද?

ආ.

- 1 ඉහලම ලකුණු ලබාගත් 5% කට ශිෂ්‍යත්ව පිරිනැමිණි නම් ඒ සඳහා ලබාගත යුතු අවම ලකුණ කොපමණද?
- 2 අවම ලකුණු ලබාගත් 15% ත් විභාගයෙන් අසමත් වූයේ නම් විභාගයෙන් සමත්වීමේ ලකුණ කොපමණද?

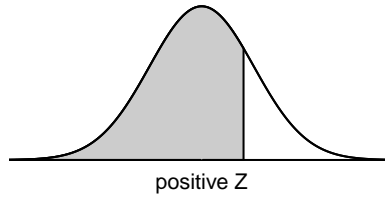
Normal probability table



Second decimal place of Z										Z
0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00	
0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	-3.4
0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005	-3.3
0.0005	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007	-3.2
0.0007	0.0007	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0009	0.0010	-3.1
0.0010	0.0010	0.0011	0.0011	0.0011	0.0012	0.0012	0.0013	0.0013	0.0013	-3.0
0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016	0.0017	0.0018	0.0018	0.0019	-2.9
0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026	-2.8
0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030	0.0031	0.0032	0.0033	0.0034	0.0035	-2.7
0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0043	0.0044	0.0045	0.0047	-2.6
0.0048	0.0049	0.0051	0.0052	0.0054	0.0055	0.0057	0.0059	0.0060	0.0062	-2.5
0.0064	0.0066	0.0068	0.0069	0.0071	0.0073	0.0075	0.0078	0.0080	0.0082	-2.4
0.0084	0.0087	0.0089	0.0091	0.0094	0.0096	0.0099	0.0102	0.0104	0.0107	-2.3
0.0110	0.0113	0.0116	0.0119	0.0122	0.0125	0.0129	0.0132	0.0136	0.0139	-2.2
0.0143	0.0146	0.0150	0.0154	0.0158	0.0162	0.0166	0.0170	0.0174	0.0179	-2.1
0.0183	0.0188	0.0192	0.0197	0.0202	0.0207	0.0212	0.0217	0.0222	0.0228	-2.0
0.0233	0.0239	0.0244	0.0250	0.0256	0.0262	0.0268	0.0274	0.0281	0.0287	-1.9
0.0294	0.0301	0.0307	0.0314	0.0322	0.0329	0.0336	0.0344	0.0351	0.0359	-1.8
0.0367	0.0375	0.0384	0.0392	0.0401	0.0409	0.0418	0.0427	0.0436	0.0446	-1.7
0.0455	0.0465	0.0475	0.0485	0.0495	0.0505	0.0516	0.0526	0.0537	0.0548	-1.6
0.0559	0.0571	0.0582	0.0594	0.0606	0.0618	0.0630	0.0643	0.0655	0.0668	-1.5
0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764	0.0778	0.0793	0.0808	-1.4
0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918	0.0934	0.0951	0.0968	-1.3
0.0985	0.1003	0.1020	0.1038	0.1056	0.1075	0.1093	0.1112	0.1131	0.1151	-1.2
0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292	0.1314	0.1335	0.1357	-1.1
0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515	0.1539	0.1562	0.1587	-1.0
0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736	0.1762	0.1788	0.1814	0.1841	-0.9
0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005	0.2033	0.2061	0.2090	0.2119	-0.8
0.2148	0.2177	0.2206	0.2236	0.2266	0.2296	0.2327	0.2358	0.2389	0.2420	-0.7
0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611	0.2643	0.2676	0.2709	0.2743	-0.6
0.2776	0.2810	0.2843	0.2877	0.2912	0.2946	0.2981	0.3015	0.3050	0.3085	-0.5
0.3121	0.3156	0.3192	0.3228	0.3264	0.3300	0.3336	0.3372	0.3409	0.3446	-0.4
0.3483	0.3520	0.3557	0.3594	0.3632	0.3669	0.3707	0.3745	0.3783	0.3821	-0.3
0.3859	0.3897	0.3936	0.3974	0.4013	0.4052	0.4090	0.4129	0.4168	0.4207	-0.2
0.4247	0.4286	0.4325	0.4364	0.4404	0.4443	0.4483	0.4522	0.4562	0.4602	-0.1
0.4641	0.4681	0.4721	0.4761	0.4801	0.4840	0.4880	0.4920	0.4960	0.5000	-0.0

*For $Z \leq -3.50$, the probability is less than or equal to 0.0002.

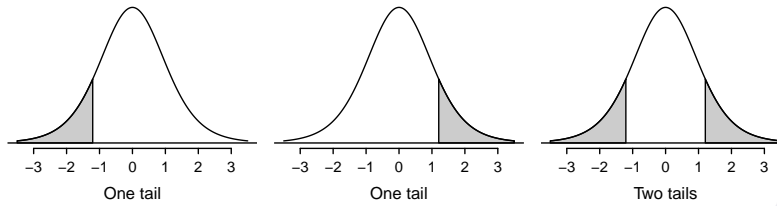
Normal probability table



Z	Second decimal place of Z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

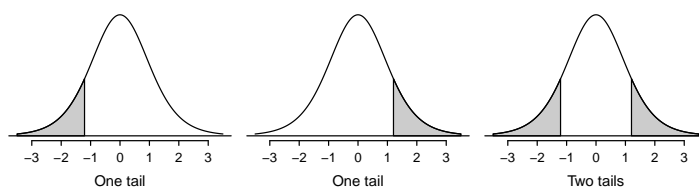
*For $Z \geq 3.50$, the probability is greater than or equal to 0.9998.

t distribution probability table



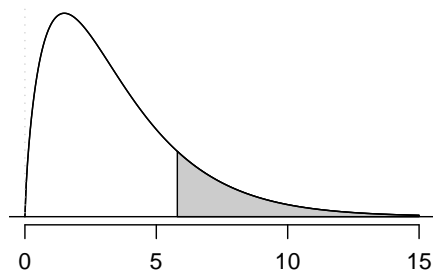
	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	
one tail	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	
two tails	0.200	0.100	0.050	0.020	0.010	
df	1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
	2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
	3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
	4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
	5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
	6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
	7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50
	8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
	9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
	10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
	11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
	12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05
	13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
	14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98
	15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
	16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
	17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
	18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
	19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
	20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85
	21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
	22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
	23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
	24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
	25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
	26	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78
	27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
	28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
	29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76
	30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75

t distribution probability table



	one tail	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
	two tails	0.200	0.100	0.050	0.020	0.010
df	31	1.31	1.70	2.04	2.45	2.74
	32	1.31	1.69	2.04	2.45	2.74
	33	1.31	1.69	2.03	2.44	2.73
	34	1.31	1.69	2.03	2.44	2.73
	35	1.31	1.69	2.03	2.44	2.72
	36	1.31	1.69	2.03	2.43	2.72
	37	1.30	1.69	2.03	2.43	2.72
	38	1.30	1.69	2.02	2.43	2.71
	39	1.30	1.68	2.02	2.43	2.71
	40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
	41	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
	42	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
	43	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
	44	1.30	1.68	2.02	2.41	2.69
	45	1.30	1.68	2.01	2.41	2.69
	46	1.30	1.68	2.01	2.41	2.69
	47	1.30	1.68	2.01	2.41	2.68
	48	1.30	1.68	2.01	2.41	2.68
	49	1.30	1.68	2.01	2.40	2.68
	50	1.30	1.68	2.01	2.40	2.68
	60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
	70	1.29	1.67	1.99	2.38	2.65
	80	1.29	1.66	1.99	2.37	2.64
	90	1.29	1.66	1.99	2.37	2.63
	100	1.29	1.66	1.98	2.36	2.63
	150	1.29	1.66	1.98	2.35	2.61
	200	1.29	1.65	1.97	2.35	2.60
	300	1.28	1.65	1.97	2.34	2.59
	400	1.28	1.65	1.97	2.34	2.59
	500	1.28	1.65	1.96	2.33	2.59
	∞	1.28	1.65	1.96	2.33	2.58

Chi-square probability table



Upper tail		0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.001
df	1	1.07	1.64	2.71	3.84	5.41	6.63	7.88	10.83
	2	2.41	3.22	4.61	5.99	7.82	9.21	10.60	13.82
	3	3.66	4.64	6.25	7.81	9.84	11.34	12.84	16.27
	4	4.88	5.99	7.78	9.49	11.67	13.28	14.86	18.47
	5	6.06	7.29	9.24	11.07	13.39	15.09	16.75	20.52
	6	7.23	8.56	10.64	12.59	15.03	16.81	18.55	22.46
	7	8.38	9.80	12.02	14.07	16.62	18.48	20.28	24.32
	8	9.52	11.03	13.36	15.51	18.17	20.09	21.95	26.12
	9	10.66	12.24	14.68	16.92	19.68	21.67	23.59	27.88
	10	11.78	13.44	15.99	18.31	21.16	23.21	25.19	29.59
	11	12.90	14.63	17.28	19.68	22.62	24.72	26.76	31.26
	12	14.01	15.81	18.55	21.03	24.05	26.22	28.30	32.91
	13	15.12	16.98	19.81	22.36	25.47	27.69	29.82	34.53
	14	16.22	18.15	21.06	23.68	26.87	29.14	31.32	36.12
	15	17.32	19.31	22.31	25.00	28.26	30.58	32.80	37.70
	16	18.42	20.47	23.54	26.30	29.63	32.00	34.27	39.25
	17	19.51	21.61	24.77	27.59	31.00	33.41	35.72	40.79
	18	20.60	22.76	25.99	28.87	32.35	34.81	37.16	42.31
	19	21.69	23.90	27.20	30.14	33.69	36.19	38.58	43.82
	20	22.77	25.04	28.41	31.41	35.02	37.57	40.00	45.31
	25	28.17	30.68	34.38	37.65	41.57	44.31	46.93	52.62
	30	33.53	36.25	40.26	43.77	47.96	50.89	53.67	59.70
	40	44.16	47.27	51.81	55.76	60.44	63.69	66.77	73.40
	50	54.72	58.16	63.17	67.50	72.61	76.15	79.49	86.66