



# අවකලනය

කැලුම් අතුරලිය



JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd  
Pioneers in Professional Education

65/2A, Chittampalam Gardiner Mawatha, Colombo 02 | T: +94 112 430451 | E: info@jmc.lk | F: +94 115 377917

## අවකලනය - Differentiation

අවකලන පිළිබඳ මූලික සිද්ධාන්ත

1)  $n$  යනු ඕනෑම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් වන විට,

$$Y = X^n$$

$$\frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)}$$

උදාහරණ:-

I.  $Y = x^2 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x^{(2-1)} = 2x$

II.  $Y = x^{-5} \rightarrow \frac{dy}{dx} = -5x^{-6} = \frac{-5}{x^6}$

III.  $Y = x^{1/4} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{4} x^{-3/4} = \frac{1}{4x^{3/4}}$

IV.  $Y = \sqrt[3]{x} = x^{1/3} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} x^{-2/3} = \frac{1}{3x^{2/3}}$

V.  $Y = x = x^1 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 1x^0 = 1$

2)  $K$  යනු ඕනෑම නියතයක් ගත්විට, එහි අවකලන සංගුණකය 0 වේ.

$$Y = K$$

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

උදාහරණ:-

I.  $Y = 3 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

II.  $Y = 5 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

III.  $Y = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

3)  $K$  යනු නියතයක් විට,

$$\begin{aligned} Y = kx^n &\rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d(kx^n)}{dx} \\ &= k \frac{dx^n}{dx} \\ &= k \times nx^{(n-1)} \end{aligned}$$

උදාහරණ:-

I.  $Y = 3x^4$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \frac{d(x^4)}{dx} = 3 \times 4x^3 = 12x^3$$

II.  $Y = 5x^2$

$$\frac{dy}{dx} = 5 \frac{d(x^2)}{dx} = 5 \times 2x = 10x$$

III.  $Y = \frac{1}{3x} = \frac{1}{3} \times x^{-1}$

$$\frac{1}{3} \times \frac{dx^{-1}}{dx} = \frac{1}{3} \times -1x^{-2} = \frac{-1}{3x^2}$$

4) U හා V යනු X හි ශ්‍රිත වන විට,

$$Y = u \pm v$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \text{ වේ.}$$

උදාහරණ:-

I.  $Y = x^3 + x^5$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(x^3)}{dx} + \frac{d(x^5)}{dx}$$

$$= 3x^2 + 5x^4$$

II.  $Y = 3x^4 + 5x^3 - 2x^4$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3d(x^4)}{dx} + \frac{5d(x^3)}{dx} - \frac{2d(x^4)}{dx}$$

$$= 3 \times 4x^3 + 5 \times 3x^2 - 2 \times 4x^3$$

$$= 12x^3 + 15x^2 - 8x^3$$

**අභ්‍යාස**

1) පහත ශ්‍රිත x විෂයෙන් අවකලනය කරන්න.

I.  $Y = 3x^2$

II.  $Y = x^5 + x^2$

III.  $Y = 3x^7 - 2x + 7$

IV.  $Y = \frac{x^2-9}{-3}$

V.  $Y = (2x + 3)(x-5)$

VI.  $Y = \frac{1}{5}x^4 + \frac{1}{3}x^2$

VII.  $Y = (3x^2-2)^2$

VIII.  $Y = \frac{5x^3+2x^2-x}{x}$

IX.  $Y = x^2(3x^3-4x+1)$

X.  $Y = 3 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^7}$

2) දී ඇති විචල්‍යය අනුබද්ධ විෂයෙන් අවකලනය කරන්න.

I.  $Y = 3Q^2 + Q$

II.  $Y = 5t - 3t^3 - 5$

III.  $C = 3x^2 + 4x + 2$

IV.  $P = 2Q^3 - 3Q^2 + 4Q + 6$

V.  $R = -x^2 - 3x + 2$

**ශ්‍රිතයක දෙවන අවකලන සංගුණකය**

X විෂයෙන් අවකලනය කරන ලද ශ්‍රිතයක් නැවතත් X විෂයෙන් අවකලනය කිරීමෙන් එම ශ්‍රිතයෙහි දෙවන අවකලන සංගුණකය ලැබේ. එය පහත පරිදි අංකනය කරයි.

පහත ශ්‍රිතවල දෙවන අවකලන සංගුණකය සොයන්න.

1.  $Y \} x^4$

2.  $Y \} \frac{x^{10}}{5}$

3.  $Y \} x^{-4}$

4.  $Y \} \frac{x^9}{3}$

5.  $Y \} 2x^{-3}$

6.  $Y \} 4x-1$

7.  $Y \} 4x^2+5$

8.  $Y \} 3-2x^2$

9.  $Y \} 3+4x-2x^3$

10.  $Y \} 12x+5x^2-x-2$

**දෙවන අවකලන සංගුණකය භාවිතයෙන් උපරිම හා අවම**

**උපරිමය (Maximum)**

$Y \} f(x)$  ශ්‍රිතයට  $x \} x_1$  හි දී උපරිමයක් පවතී නම්,

$x \} x_1$  හි දී  $\frac{dy}{dx} \} 0$  සහ  $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$  විය යුතුය.

### අවමය (Minimum)

Y } f(x) ශ්‍රිතයට x } x<sub>1</sub> හි දී අවමයක පවතී නම්,

x } x<sub>1</sub> හි දී  $\frac{dy}{dx} = 0$  සහ  $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$  විය යුතුය.

### කලනයේ ව්‍යාපාරවල යෙදීම

- **ආන්තික පිරිවැය (Marginal Cost)**

පවතින නිෂ්පාදනය, තවත් එක් ඒකකයකින් ඉහළ දැමීම සඳහා වැය කළ යුතු අමතර පිරිවැය ආන්තික පිරිවැයයි. මෙය මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතයේ අනුක්‍රමණයයි.

ඒ අනුව,

- මුළු පිරිවැය ශ්‍රිතය අවකලනය කළ විට ආන්තික පිරිවැය ශ්‍රිතය ලැබේ.

$$MC = \frac{dTC}{dq}$$

- **ආන්තික ආදායම (Marginal Revenue)**

අමතර ඒකකයක් විකිණීමෙන් ආදායමේ ඇතිවන වෙනස ආන්තික ආදායම වේ. මෙය මුළු ආදායම ශ්‍රිතයේ අනුක්‍රමණයයි.

- ආදායම ශ්‍රිතය අවකලනය කිරීමෙන් ආන්තික ආදායම ශ්‍රිතය ලැබේ.

$$MR = \frac{dTR}{dq}$$

- **ආන්තික ලාභය (Marginal Profit)**

ඒකකයක් විකිණීමෙන් ලාභයේ ඇතිවන වෙනස ආන්තික ලාභයයි.

- මෙහිදී ද මුළු ලාභ ශ්‍රිතය අවකලනයෙන් ආන්තික ලාභ ශ්‍රිතය ලැබේ.

$$MP = \frac{dTp}{dq}$$

