



# Chartered Accountancy

## 7. ප්‍රතිපායන හා සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

### 7.1 ප්‍රතිපායන හා සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය

#### 7.1.1 ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය

විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය ගණිතමය සමීකරණයක් මගින් ප්‍රකාශ කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය මගින් අර්ථ දැක්වේ.

## 7.1.2 සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය

විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය සහසම්බන්ධතාවය ලෙස හැඳින්වේ. විචල්‍යයන් 2 ක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිරීක්ෂණය කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණ ලෙස හැඳින්වේ.

## 7.1.3 ව්‍යාපාරික ක්ෂේත්‍රයට ප්‍රතිපායනය සහ සහසම්බන්ධතාවේ ඇති වැදගත්කම

- 1 කිසියම් ආයතනයක ප්‍රචාරණය සඳහා කරනු ලබන වියදමක් එමඟින් අලෙවියට ඇති කරන බලපෑමක් විමර්ශනය කල හැකි වේ.
- 2 භාණ්ඩයක මිල වැඩි කිරීමෙන් ඉල්ලුමේ ඇති වෙනස් වීම විමර්ශනය කල හැකි වේ.
- 3 යන්ත්‍රවල ආයු කාලයත්, නඩත්තු වියදමත් අතර සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කල හැකි වීම.

## 7.1.4 සරල රේඛීය ප්‍රතිපායනය (Simple Linear Regression)

මෙහි දී අප සලකා බලනු ලබන්නේ විචල්‍යයන් 2 ක් අතර රේඛීය සම්බන්ධතාවයකි. එබැවින් මෙය සරල රේඛීය ප්‍රතිපායන ලෙස හැඳින්වේ.

විචල්‍යයන් 2 කට වඩා වැඩි ප්‍රමාණයක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම බහු ගුණ ප්‍රතිපායනය යටතේ සිදු කෙරේ.



## 7.1.5 ස්වායක්ත සහ පරායක්ත විචල්‍යය

අනිමත ලෙස අගයන් තීරණය කළ හැකි විචල්‍ය ස්වායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද එම අගයන් මත රඳා පවතින විචල්‍ය පරායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද හැඳින්වේ.

ප්‍රතිපායනයේ දී අගය ඇස්තමේන්තු කළ යුතු විචල්‍යය, පරායක්ත විචල්‍ය ලෙසද අගය ඇස්තමේන්තු කිරීම සඳහා යොදා ගනු ලබන විචල්‍ය ස්වායක්ත විචල්‍ය ලෙස ද හැඳින්වේ.



## 7.1.6 විසිරි තිත් සටහන්

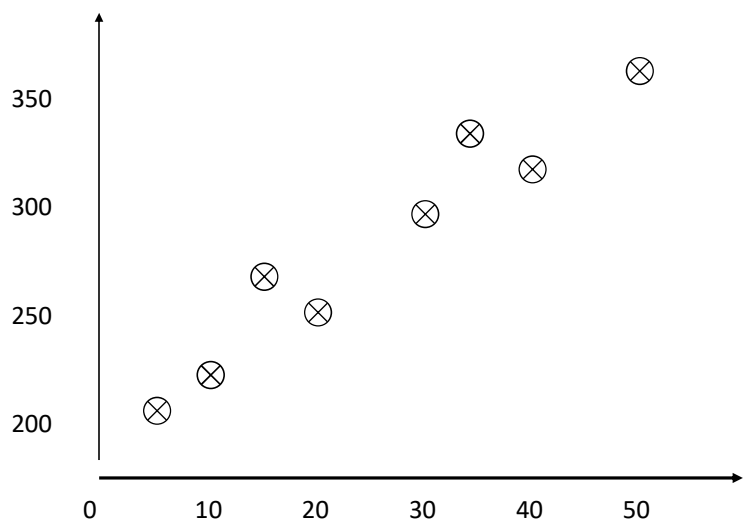
විචල්‍යයන් යුගලයක නිරීක්ෂණයන්ගේ අගය යුගලයන් ලක්ෂ වශයෙන් සුදුසු පරිමාණයකට අනුව කාණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කිරීමෙන් ලැබෙන සටහන විසිරි තිත් සටහනක් ලෙස හැඳින්වේ.

මෙහි ස්වායත්ත විචල්‍ය  $X$  අක්ෂය මත ද පරායත්ත විචල්‍ය  $Y$  අක්ෂය මත ද ලකුණු කළ යුතුය.

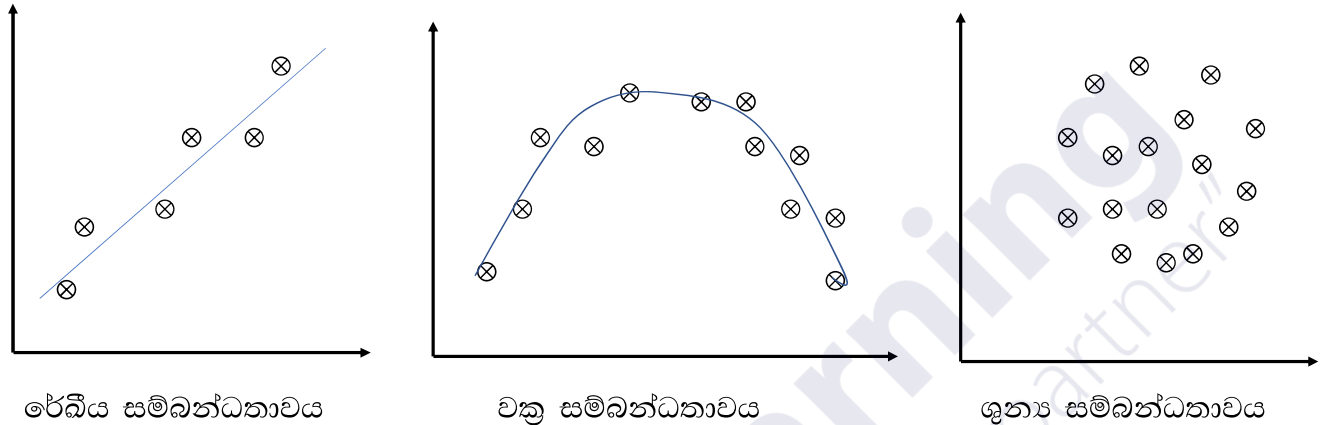
### උදාහරණය :

එක්තරා ආයතනය සමූහයක යන්ත්‍රවල ආයු කාලය සහ නඩත්තු වියදම අතර සම්බන්ධයන් පහත වගුවෙන් දැක්වේ. (නඩත්තු වියදම ලබා ගෙන ඇත්තේ එක් සතියක වේ.)

| ආයු කාලය (වසර) | නඩත්තු වියදම (රු.) |
|----------------|--------------------|
| 5              | 210                |
| 10             | 225                |
| 15             | 270                |
| 20             | 250                |
| 30             | 300                |
| 35             | 340                |
| 40             | 320                |
| 50             | 360                |



විසිරී තිත් සටහනක ප්‍රයෝජනය වන්නේ විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධය පිළිබඳ දළ අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි වීමයි. එවැනි අවස්ථා කිහිපයක් පහත දැක්වේ.



රේඛීය සම්බන්ධතාවය

වක්‍ර සම්බන්ධතාවය

ශුන්‍ය සම්බන්ධතාවය



## 7.2 සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය (Correlation Analysis)

### 7.2.1 සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය යනු

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධය සහසම්බන්ධය ලෙස හැඳින්වෙන අතර එම විචල්‍යයන් දෙක අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිර්ණය කිරීම තුළින් විචල්‍යයන් අතර පවතින සම්බන්ධතාවය විමර්ශනය කිරීම සහ සම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය ලෙස හැඳින්වේ.

සහසම්බන්ධතාවය ප්‍රධාන වශයෙන් කොටස් 3 කට බෙදනු ලැබේ.

- (1) ධන සහසම්බන්ධතාවය
- (2) සෘණ සහසම්බන්ධතාවය
- (3) ශුන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය

## 7.2.2 ධන සහසම්බන්ධතාවය

එකිනෙකට සම්බන්ධිත විචල්‍යයන් දෙකක, එක් විචල්‍යක අගය වැඩි වීමේ දී, අනෙක් විචල්‍යයේ අගය ද වැඩිවෙයි නම් එම විචල්‍යයන් දෙක අතර ධන සහසම්බන්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

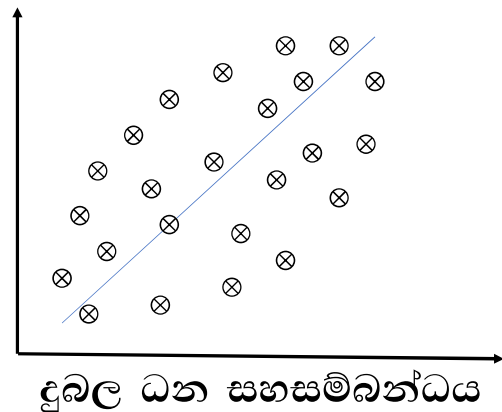
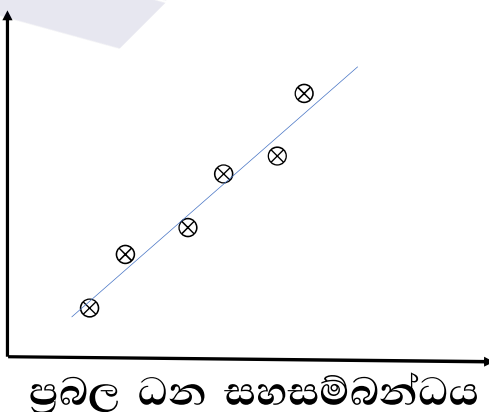
JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd



උදාහරණය :

- i. මිල සහ සැපයුම අතර ධන සහසම්බන්ධයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.
- ii. යන්ත්‍රයක ආයු කාලය සහ නඩත්තු වියදම අතර ධන සහසම්බන්ධයක් පවතී

ධන සහසම්බන්ධතාවයේ ස්වභාවය පහත පරිදි විසිරි තිත් සටහන් මගින් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.



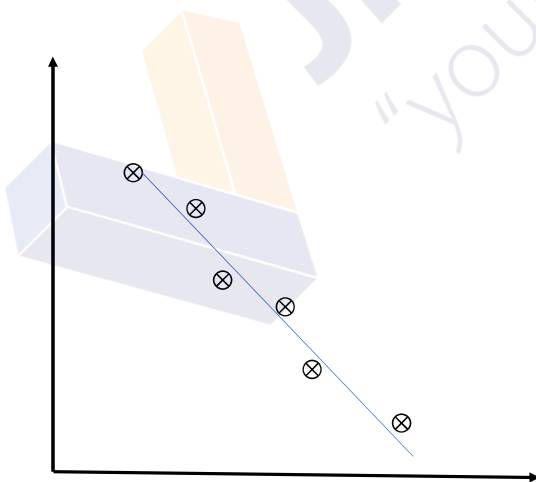
## 7.2.3 සාණ සහසම්බන්ධතාවය

එකිනෙකට සම්බන්ධිත විචල්‍යයන් දෙකක, එක් විචල්‍යයක අගය වැඩි වීමේ දී ඊට සම්බන්ධිත අනෙක් විචල්‍යයේ අගය අඩු වේ නම් එම විචල්‍යයන් දෙක අතර සාණ සහසම්බන්ධයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

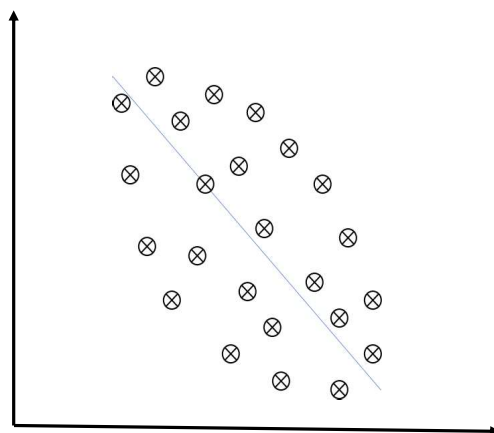
**උදාහරණය :**

- i. මිල සහ ඉල්ලුම අතර සාණ සහසම්බන්ධයක් පවතී.
- ii. රූපවාහිනී අලෙවි සහ සිනමාහල් වල ආදායම අතර සාණ සහසම්බන්ධයක් පවතී.

සාණ සහසම්බන්ධතාවයේ ස්වභාවය විසිරි තිත් සටහන් මගින් පහත පරිදි ඉදිරිපත් කළ හැකිය.



ප්‍රබල සාණ සහසම්බන්ධය



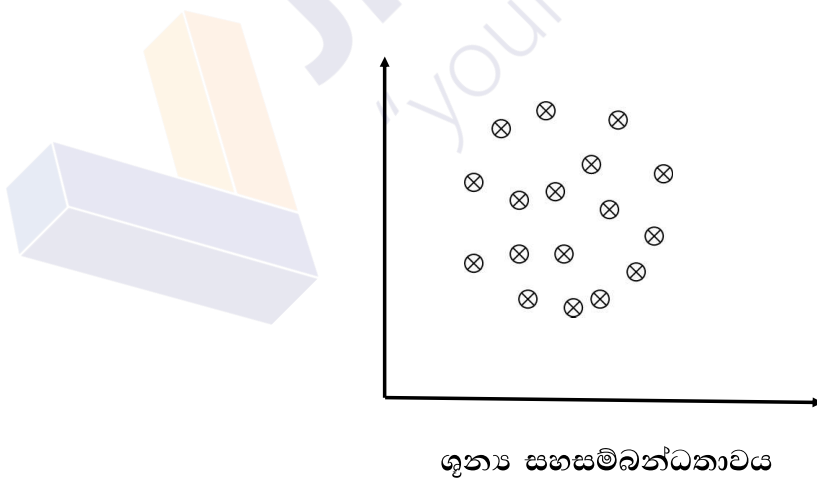
දුබල සාණ සහසම්බන්ධය

## 7.2.4 ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර සම්බන්ධයක් නොපවතනි විට එම විචල්‍යයන් 2 ක් අතර ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

උදා : සීනිවල මිල සහ සබන් වලට ඇති ඉල්ලුම අතර ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවයක් පවතින්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

ශූන්‍ය සහසම්බන්ධතාවය පහත පරිදි විසිරී තිත් සටහනක් මගින් ඉදිරිපත් කළ හැකිය.





## 7.2.5 කාල් පියර්සන්ගේ ගුණිත සූරණ සහසම්බන්ධතා සංගුණකය - (r)

විචල්‍යයන් දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධතාවයේ ප්‍රමාණය හා දිශාව නිර්ණය කිරීම සඳහා කාල් පියර්සන්ගේ ගුණිත සූරණ සහසම්බන්ධතා සංගුණකය යොදා ගනී.

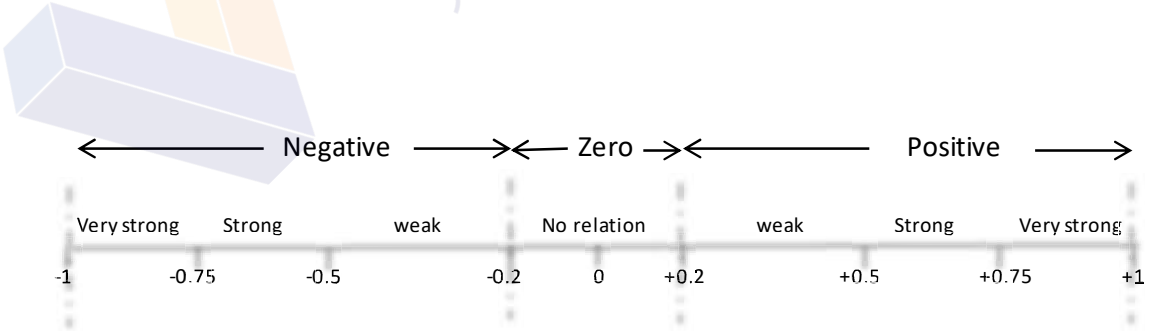
මෙය "r" මගින් සංකේතවත් කරන අතර එය පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \times \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

මෙහි r හි අගය  $-1 \leq r \leq 1$  වන පරාසය තුළ පිහිටයි.

r සඳහා ලැබෙන අගය මත සහසම්බන්ධතාවය පහත පරිදි විස්තර කළ හැකි ය.



JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd

**නිදසුන :**

එක්තරා ආයතනයක පසුගිය මාස 5 ක කාලයක් තුළ එක් එක් මාසයේ ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම (රුපියල් දහය ගණනින්) පහත පරිදි වේ.

|                |   |    |    |    |    |
|----------------|---|----|----|----|----|
| ප්‍රචාරක වියදම | 2 | 4  | 5  | 6  | 8  |
| විකුණුම් ආදායම | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම අතර සහසම්බන්ධතා සංගුණකය ගණනය කර සම්බන්ධතාවය පිළිබඳ අදහස් දක්වන්න.

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \times \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

$$r = \frac{(5 \times 445 - 25 \times 75)}{\sqrt{((5 \times 145 - 25^2)(5 \times 1375 - 75^2))}}$$

$$r = 0.99$$

| x  | Y  | xy  | x <sup>2</sup> | y <sup>2</sup> |
|----|----|-----|----------------|----------------|
| 2  | 5  | 10  | 4              | 25             |
| 4  | 10 | 40  | 16             | 100            |
| 5  | 15 | 75  | 25             | 225            |
| 6  | 20 | 120 | 36             | 400            |
| 8  | 25 | 200 | 64             | 625            |
| 25 | 75 | 445 | 145            | 1375           |

ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම අතර ප්‍රබල ධන සහසම්බන්ධයක් පවතී.

## ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය (Regression Analysis)

ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණයේ අරමුණු

1. විචල්‍යයන් 2 ක අතර පවතින රේඛීය සම්බන්ධතාවය ගණිතමය සමීකරණයකින් දැක්වීම.
2. විචල්‍යයන් 2 ක අතර පවතින සම්බන්ධතාවයෙන් දිශාව නිරීක්ෂණය කළ හැකි වීම.
3. අනාගත අගයන් ඇස්තමේන්තු කිරීම.



ප්‍රතිපායන රේඛා අනුසිභනය

විචල්‍යයන් දෙකට අදාළ අගය යුගලයන් දී ඇති විට ඒවාට ගැලපෙන පරිදි විචල්‍යයන් දෙක අතර සම්බන්ධතාවය දැක්වෙන සරල රේඛාවක් ලබා ගැනීම ප්‍රතිපායන රේඛා අනුසිභනය යි.

මෙහි දී අනුගමනය කරනු ලබන මූලික ක්‍රම 2 කි.

1. අනුපකාර ක්‍රමය
2. අඩුතම වර්ග ක්‍රමය

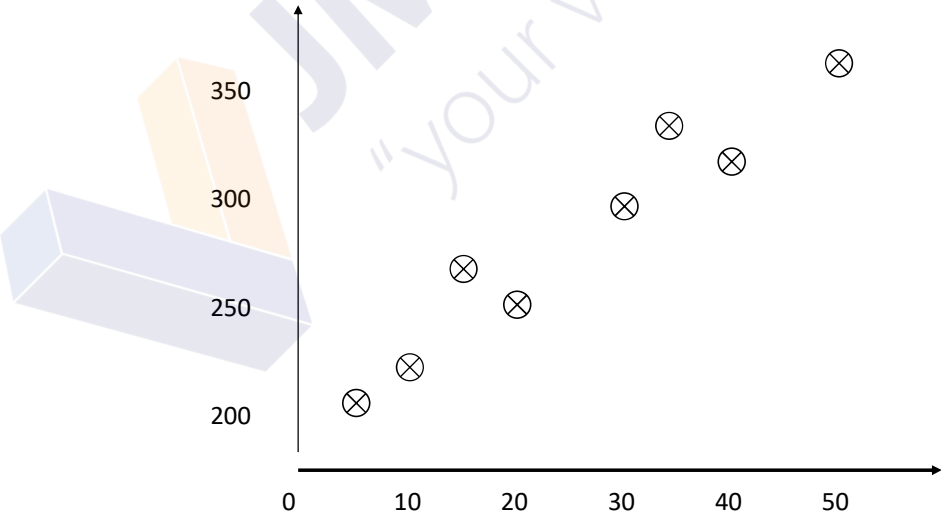


# 1. අනුපකාර ක්‍රමය

ගණිතමය ක්‍රමයක් උපයෝගී කොට නොගෙන විසිරි තිත් සටහනේ ලක්ෂයන් නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් පමණක් සරල රේඛාවක් ඇඳීම අනුපකාර ක්‍රමය වේ.

විසිරි තිත් සටහනේ සියළුම ලක්ෂ වලට වඩාත් ආසන්න වන සේ සරල රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම, අනුපකාර ක්‍රමයයි.

උදා: ඉහත අදින ලද විසිරි තිත් සටහන මත අනුපකාර ක්‍රමයට උපනති නිර්මාණය කරන්න.



## 2. අඩුතම වර්ග ක්‍රමය

ඉහත ක්‍රමයේ ඇති දෝෂයන් මග හැර, කිසියම් දත්ත කාණ්ඩයක් සඳහා අනන්‍යය වූ රේඛාවක් ලබා ගැනීම මෙහි අරමුණයි. මෙම ක්‍රමය ප්‍රතිපායන රේඛාවක් ලබා ගැනීමේ යෝග්‍යතම ක්‍රමය ලෙස ද හැඳින්වේ. මෙම ක්‍රමයෙන් ලබා ගන්නා රේඛාව අඩුතම වර්ග ප්‍රතිපායන රේඛාව ලෙස හැඳින්වේ.

අඩුතම වර්ග ප්‍රතිපායන රේඛාවේ සමීකරණය  $Y = a + bX$  නම්,

$(Y = a + bX)$

a සහ b ගණනය කිරීමේ සූත්‍ර

$$b = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

b ගණනය කිරීමෙන් පසු a පහත පරිදි ගණනය කරයි.

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

**නිදසුන :**

එක්තරා ආයතනයක පසුගිය මාස 5 ක කාලයක් තුළ එක් එක් මාසයේ ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම (රුපියල් දහය ගණනින්) පහත පරිදි වේ.

|                |   |    |    |    |    |
|----------------|---|----|----|----|----|
| ප්‍රචාරක වියදම | 2 | 4  | 5  | 6  | 8  |
| විකුණුම් ආදායම | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

අඩුතම වර්ග ක්‍රමය යොදා ගනිමින් X හා Y හි ප්‍රතිපායන සමීකරණය ලබා ගන්න.

| x  | Y  | xy  | x <sup>2</sup> | y <sup>2</sup> |
|----|----|-----|----------------|----------------|
| 2  | 5  | 10  | 4              | 25             |
| 4  | 10 | 40  | 16             | 100            |
| 5  | 15 | 75  | 25             | 225            |
| 6  | 20 | 120 | 36             | 400            |
| 8  | 25 | 200 | 64             | 625            |
| 25 | 75 | 445 | 145            | 1375           |

**නිදසුන :**

එක්තරා ආයතනයක පසුගිය මාස 5 ක කාලයක් තුළ එක් එක් මාසයේ ප්‍රචාරක වියදම සහ විකුණුම් ආදායම (රුපියල් දහය ගණනින්) පහත පරිදි වේ.

|                |   |    |    |    |    |
|----------------|---|----|----|----|----|
| ප්‍රචාරක වියදම | 2 | 4  | 5  | 6  | 8  |
| විකුණුම් ආදායම | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

ප්‍රතිපායන රේඛාවේ සමීකරණය

$$Y = a + bX$$

$$Y = 21.16 + 0.57X$$

නිදසුන 1 :

|   |   |    |   |    |    |
|---|---|----|---|----|----|
| x | 2 | 5  | 6 | 7  | 10 |
| y | 7 | 10 | 9 | 14 | 15 |

අඩුතම වර්ග ක්‍රමය යොදා ගනිමින් X හා Y හි ප්‍රතිපායන සමීකරණය ලබා ගන්න.

නිදසුන 2 :

එක්තරා ආයතනයක යන්ත්‍රවල ආයු කාලය සහ එම යන්ත්‍ර සඳහා සතියකට වැය වන නඩත්තු වියදම පහත දැක් වේ.

|                    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ආයු කාලය (පැය)     | 5   | 10  | 15  | 20  | 30  | 30  | 30  | 50  | 50  | 60  |
| නඩත්තු වියදම (රු.) | 200 | 240 | 250 | 300 | 320 | 340 | 310 | 300 | 350 | 390 |

අඩුතම වර්ග ක්‍රමය යොදා ගනිමින් X හා Y හි ප්‍රතිපායන සමීකරණය ලබා ගන්න.





## නිර්ණන සංගුණකය ( $R^2$ )

X නම් ස්වායක්ත විචල්‍ය මගින් y හි විචල්‍යය කොතෙක් දුරට විස්තර වන්නේ යන්න මත ප්‍රතිපායන රේඛාවක යෝග්‍යතාවය හෙවත් ප්‍රතිපායන සමීකරණයක අනභිභූමි හොඳකම පිළිබඳ පරීක්ෂා කළ හැකිය මේ සඳහා නිර්ණන සංගුණකය ( $R^2$ ) යොදාගනී.

$$R^2 = r^2$$

නිදසුන :

$$r = 0.9$$

$$R^2 = 0.9^2 = 0.81$$

උදාහරණයක් ලෙස, යම් සමාගමක් සඳහා වෙළඳ ප්‍රචාරණ වියදම් සහ විකුණුම් ආදායම අතර දත්ත සමූහයක් සඳහා සහසම්බන්ධතා සංගුණකය 0.9 නම් එවිට නිර්ණන සංගුණකය =  $0.81 = 81\%$  වේ.

Assuming that when Rs. 4 million was spend on advertising the sales income was Rs. 500 million and when the advertising expenditure was increased by Rs. 1 million the sales income increased by 60 million. Then it could be interpreted as follows.

එනම්,

වෙළඳ ආදායමේ විචලනයෙන් 81% ක් පමණක් සිදුවන්නේ වෙළඳ දැන්වීම් වියදම් වැඩිවීම නිසා වන අතර වෙනත් වචන වලින් කිවහොත් විකුණුම් ආදායමේ 19% ක විචලනයක් සිදුවන්නේ වෙළඳ ප්‍රචාරණ වියදම් හැර වෙනත් සාධක හේතුවෙනි.

එය පහත පරිදි දැක්විය හැකිය.

