JMC vLearning
"your virtual learning partner"

සංඛ්‍යානය

වරලත් ගණකාධිකරණය - ව්‍යාපාර අදියර II

BL6 - කළමනාකරණ ගිණුම්කරණය (MA)

Pack 04

උපුල් අබේසූරිය
B.Sc. (B.Admin) Sp., FCA, FCMA

JMC ජයසේකර කළමනාකරණ මධ්‍යස්ථානය JAYASEKERA MANAGEMENT CENTRE (PVT) LTD Estd. 1972

JMC Jayasekera Management Centre (Pvt) Ltd
Pioneers in Professional Education
65/2A, Chittampalam Gardiner Mawatha, Colombo 02 | T: +94 112 430451 | E: info@jmc.lk | F: +94 115 377917

පරිච්ඡේදය 13

සංඛ්‍යානය
(Statistics)

සංඛ්‍යානය ප්‍රධාන කොටස් 2 කට බෙදේ.

1. විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය
2. විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යානය

1. **විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය**

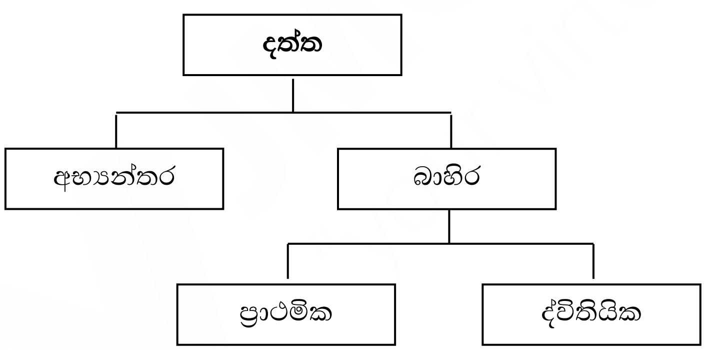
   i. විවිධ විෂයයන් පිළිබඳ තොරතුරු රැස් කිරීමත්
   ii. එම තොරතුරු ඉදිරිපත් කිරීමේ ක්‍රම පිළිබඳව සාකච්ඡා කිරීමත් මෙයට අයත් වේ.

2. **විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යානය**

   රැස් කරගත් තොරතුරු විග්‍රහ කිරීම තුළින් සාධාරණ නිගමන වලට එළඹීම මෙමගින් සිදුවේ.

දත්ත (Data)

සංඛ්‍යානයේදී රැස් කරගන්නා වූ තොරතුරු, ''දත්ත'' ලෙස හඳුන්වයි.



ලාක්ෂණිකය (Characteristic)

පුද්ගලයෙකු හෝ වස්තුවක් සමග බැඳුණු භෞතික ගුණාංගයකි.

උදා: පවුලේ සාමාජිකයන් ගණන
ළමුන්ගේ උස
පුද්ගලයින් සමූහයක බර

නියත සහ විචල්‍යය (Constant & Variable)

කිසියම් ලාක්ෂණිකයකට එකම එක වටිනාකමක් පමණක් ඇත්නම් එය නියතයකි.

එකකට වඩා වැඩි සංඛ්‍යාවක් ඇත්නම් එය විචල්‍යයකි.

විචල්‍යයන්

ප්‍රමාණාත්මක

එනම් ප්‍රමාණයක් ලෙස ඉදිරිපත් කළ හැකි නම්,
උදා:- පවුලක සාමාජිකයන්

විවික්ත විචල්‍යයන්

සන්තතික විල්‍යයන්

ගුණාත්මක

ප්‍රමාණයක් ලෙස ඉදිරිපත් කළ නොහැකි නම්,
උදා:- දක්ෂ බව, අවංක බව වැනි

විවික්ත

දෙන ලද අගයන් 2 ක් අතර පිහිටන ඕනෑම අගයක් ගත නොහැකි විචල්‍යයන් වේ.

උදා: පන්තියක ළමයින් ගණන
භාණ්ඩයකට ඇති ඉල්ලුම

සන්තතික

ඕනෑම අගයක් ගත හැකි විචල්‍යයන් වේ.

උදා: ශිෂ්‍යයින් සමූහයක උස
පුද්ගලයින් සමූහයක බර
බල්බයක ආයු කාලය

සංගහණය (Population)

කිසියම සමීක්ෂණයකට හෝ පරීක්ෂණයකට අදාළව පරීක්ෂාවට භාජනය කළ යුතු සියළුම ඒකක ඇතුළත් කුළකය වේ.

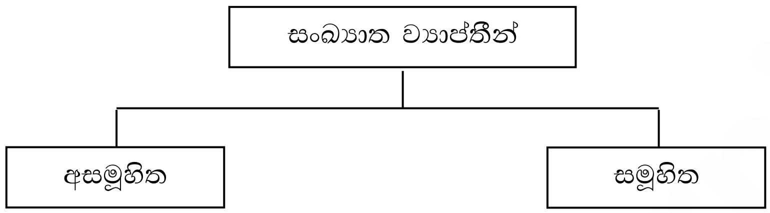
නමුත් ඇතැම් විට මුළු සංගහනයම පරීක්ෂාවට ලක් කිරීම ප්‍රායෝගිකව අපහසු වේ.

නියැදිය (Sample)

සංගහනයෙන් තෝරාගත් කොටසක් නියැදියක් වේ. මෙම කොටස උචිත පරිදි නියැදි ක්‍රම මගින් තෝරාගත යුතුය.

සංඛ්‍යාතය (Frequency) (f)

කිසියම් දත්තයක් සඳහන් වන වාර ගණන එහි සංඛ්‍යාතය වේ. දත්තයන් සමග ඒවායේ සංඛ්‍යාතය ඉදිරිපත් කරන වගු සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තීන් ලෙස සැලකේ.



අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තීන්

අසමූහිත දත්ත සමග ඒවාට අනුරූප සංඛ්‍යාත අගයන් ඇතුළත් කරන ව්‍යාප්තීන් වේ.

උදා:- ගිනිපෙට්ටි 100 ක නියැදියක ගිනිකූරු ගණන.

කූරු ගණන (x)	සංඛ්‍යාතය (f)
47	3
48	6
49	10
50	64
51	8
52	5
53	4
	100

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තීන්

සමූහනය කරන ලද දත්ත සමග සංඛ්‍යාත අගයන් ඉදිරිපත් කරන වගු වේ.

උදා:- ළමුන් 50කගේ විභාග ලකුණු

ලකුණු (x)	ළමයින් ගණන (f)
0 - 20	3
21 - 40	12
41 - 60	20
61 - 80	10
81 - 100	5
	50

සමීක්ෂණයකින් හෝ පරීක්ෂණයකින් ලබා ගන්නා අමු දත්ත වල පරාසය විශාල වනවිට තනි දත්තය වෙන වෙනම සලකා බැලීම අපහසු බැවින් ඒවා ඉහත පරිදි සමූහගත කෙරේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර

එක් දත්ත සමූහයක් වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර

- සංවෘත → දෙපසින්ම සීමා කොට ඇත.
  උදා:- 01 - 10
  11 - 20
- විවෘත → එක් පසෙකින් සීමා කොට ඇත.
  උදා:- 41 හා ඊට වැඩි

පන්ති සීමා

මෙහි කොටස් දෙකකි.

1. ලිඛිත සීමා
2. පන්ති මායිම්

යටත් මායිම	යටත් සීමාව		උඩත් සීමාව	උඩත් මායිම
10.5	11	-	20	20.5
20.5	21	-	30	30.5
30.5	31	-	40	40.5
40.5	41	-	50	50.5

මධ්‍ය අගය (Mid Point)

පන්ති ප්‍රාන්තරයක හරි මැද පිහිටන අගය වේ.

$$\text{මධ්‍ය අගය} = \frac{\text{පහළ සීමාව} + \text{ඉහළ සීමාව}}{2}$$

$$\text{මධ්‍ය අගය} = \frac{\text{පහළ මායිම} + \text{ඉහළ මායිම}}{2}$$

පන්ති පළල

පන්තියක් තුළ ඇතුළත් කළ හැකි විවික්ත අගයන් ගණන වේ.

පළල = ඉහළ මායිම - පහළ මායිම

උදා:- පළල = 20.5 - 10.5
= 10//

අමු දත්ත සකස් කර ගැනීම

පියවර

1. පරාසය සකස් කරගන්න (Range)

 පරාසය = වැඩිම අගය - අඩුම අගය

2. පරාසය, අවශ්‍ය වන පන්ති ප්‍රාන්තර ගණනින් බෙදා පළල ගණනය කරන්න.

3. ඒ අනුව සංඛ්‍යාතය (f) ඇතුළත් කරමින් ප්‍රගණන වගුවක් සකස් කරගන්න.

උදා:- එක්තරා සතියක් තුළ සේවකයින් 25 දෙනෙකු රාජකාරියෙහි යෙදී සිටි පැය ගණන පහත වේ.

10	48	39	42	40	42	28
18	56	40	20	45	48	45
50	58	58	41	21	32	50
47	31	49	52			

ඉහත දත්ත උපයෝගී කරගෙන පන්ති ප්‍රාන්තර 5 ක් පමණක් ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරන්න.

* පරාසය = 58 - 10
= 48

* පළල $= \dfrac{\text{පරාසය}}{\text{පන්ති ගණන}} = \dfrac{48}{5}$
= 9.6
= Ω 10//

* ප්‍රගණන වගුව

පන්ති ප්‍රාන්තර	ප්‍රගණන ලකුණ	සංඛ්‍යාතය (f)
10 - 19	//	2
20 - 29	///	3
30 - 39	///	3
40 - 49	~~////~~ ~~////~~ 1	11
50 - 59	~~////~~	6
		25

සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය (Cumulative Frequency) (cf)

උදා:-

x	f	cf
5	3	3
10	7	10
15	15	25
20	9	34
25	6	40
	40	

සිග්මා අංකනය (Sigma Notation)

ගණිතයේදී එකතුවක් නිරූපණය කිරීමට යොදාගනු ලබන අංකනයකි.

$x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots\ldots x_n$ යනු දෙන ලද දත්ත n සංඛ්‍යාවක් යැයි සිතමු. මෙම දත්ත n සමූහයේ (n ගණනක) ඓක්‍යය පහත පරිදි ඉදිරිපත් කළ හැක.

01. $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n$

$$\sum_{x=1}^{n} x$$

02. $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_{10}$

$$\sum_{x=1}^{10} x$$

03. $\sum_{x=1}^{5} x \quad = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

04. $\sum_{r=1}^{5} (2r+5) \quad = [2(1)+5] + [2(2)+5] + [2(3)+5] + [2(4)+5] + [2(5)+5]$

$= 7 + 9 + 11 + 13 + 15$

$= 55//$

05. $\sum_{r=1}^{200} (5r-3) \quad = [5(1)-3] + [5(2)-3] + [5(3)-3] + \ldots\ldots + [5(200)-3]$

$2 + 7 + 12 + \ldots\ldots + 997$

සමාන්තර ශ්‍රේණියකි

මුල් පදය, අවසාන පදය දන්නා විට පද 200 ක ඓක්‍යය සොයන සූත්‍රය භාවිතා කරන්න.

$$\boxed{S_{200} = \frac{n}{2}(a + \ell)}$$

$$= \frac{200}{2}(2 + 997)$$

$$= 99{,}900//$$

06. $\sum_{r=1}^{6} r^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$

$= 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36$

$= 91//$

07. $\sum_{r=0}^{10} 2^r = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots\ldots\ldots + 2^{10}$

$= 1 + 2 + 4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1024$

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි.

r, 1 ට වැඩි නිසා,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{11} = \frac{1(2^{11} - 1)}{2 - 1}$$

$$= 2047//$$

08.

x	y	xy	x^2	y^2
1	5	5	1	25
2	7	14	4	49
3	9	27	9	81
4	11	44	16	121
5	13	65	25	169
Σx 15	Σy 45	Σxy 155	Σx^2 55	Σy^2 455

i. $\Sigma x\ \Sigma y$, Σxy, Σx^2 හා Σy^2

ii. ඔබ ලබාගත් ප්‍රතිඵල ඇසුරින් $\Sigma x^2 \neq (\Sigma x)^2$ බවද,

iii. n = 5 ලෙසද සලකමින් පහත සමීකරණයේ දැක්වෙන Bහි අගය ගණනය කරන්න.

$$b = \frac{n\sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

i. $* \Sigma x \, \Sigma y = 15 \times 45 = 675//$
$* \Sigma xy = 155//$
$* \Sigma x^2 = 55//$
$* \Sigma y^2 = 445//$

ii. $* \Sigma x^2 \neq (\Sigma x)^2$
$\Sigma x^2 = 55$
$(\Sigma x)^2 = 225$
$\therefore 55 \neq 225$

$* \Sigma y^2 = 445$
$(\Sigma y)^2 = 2025$
$\therefore \Sigma y^2 \neq (\Sigma y)^2$

iii.
$$b = \frac{n\sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$
$$= \frac{5\times 155 - 15\times 45}{5\times 55 - (15)^2}$$
$$= \frac{775 - 675}{275 - 225}$$
$$= 2//$$

* ඉහත තොරතුරු උපයෝගී කරගෙන x හි මධ්‍යනාසය, එනම් $\bar{x}$ හා y හි මධ්‍යනාසය එනම් $\bar{y}$ ද ගණනය කරන්න.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{15}{5} = 3//$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{45}{5} = 9//$$

09. x f fx fx^2

5	6	30	150
10	9	90	900
15	20	300	4500
20	8	160	3200
25	7	175	4375
75	50	755	13125

↑
$\Sigma f = n$//

i. $\Sigma x, \Sigma fx, \Sigma f, \Sigma fx^2$ ගණනය කරන්න.

ii. මධ්‍යන්‍යය, එනම් $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ යන සූත්‍රයට අනුව $\bar{x}$ හි අගය ගණනය කරන්න.

iii. සම්මත අපගමනය $(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \bar{x}^2}$ සූත්‍රයට අනුව σහි අගය සොයන්න.

i. $* \Sigma x = 75$
$* \Sigma fx = 755$
$* \Sigma f = 50$
$* \Sigma fx^2 = 13125$

ii. $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{755}{50} = \underline{\underline{15.1}}$

iii. $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \bar{x}^2}$

$= \sqrt{\frac{13125}{50} - (15.1)^2}$

$= \underline{\underline{5.872}}$

මිනුම් ගණනය කිරීම (Measures)

මිණුම් පහත කොටස් යටතේ වර්ග කෙරේ.

1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිණුම්
2. සාපේක්ෂ පිහිටීමේ මිණුම් / ස්ථානගත මිණුම්
3. අපකිරණයේ මිණුම්
4. කුටිකතාවයේ මිණුම්

1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිණුම්

සංඛ්‍යා සමූහයක් නියෝජනය කිරීමට යොදාගනු ලබන තනි සංඛ්‍යාවක් කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිණුමකි. මෙම තනි සංඛ්‍යාව දත්ත සමූහයේ හරි මැද (කේන්ද්‍රයේ) හෝ හරි මැදට ආසන්නයේ පිහිටයි. මෙය ගණනය කිරීමෙන් සමස්ථය පිළිබඳව ක්ෂණික අදහසක් ලබාගත හැක.

මෙහිදී පහත මිණුම් සාකච්ඡා කෙරේ.

i. මාතය (Mode) (Mo)
ii. මධ්‍යස්ථය (Median) (Md)
iii. මධ්‍යන්‍යය (Mean) (Mn / M)

i. මාතය (Mode) (Mo)

දත්ත සමූහයක වැඩිම වාර ගණනක් සඳහන් වන දත්තය වේ.

* අසමූහිත දත්ත සඳහා

උදාහරණ:-

a)

x	ප්‍රගණන ලකුණු	f
10	/	1
20	//	2
30	///	3
40	//	2
50	/	1

මාතය = 30 (වැඩිම වාර ගණන)

b)

x	f
10	4
20	8
30	5
40	8
50	3

මාතයන් 2 කි. එනම් 20 හා 40 (ද්විමාත)

c) x f

10	3
20	3
30	3
40	3
50	3

මාතයක් නැත. (ශූන්‍ය මාත)

එකක් නම් ⟶ ඒක මාත
දෙකක් නම් ⟶ ද්වි මාත
කිහිපයක් නම් ⟶ බහු මාත
නැත්නම් ⟶ ශූන්‍ය මාත

* සමූහිත දත්ත සඳහා

වැඩිම සංඛ්‍යාතයක් (f අගයක්) ඇති පන්තිය තෝරාගෙන පහත සූත්‍රය මගින් මාතයෙහි අගය ගණනය කළ යුතුය.

$$\boxed{Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times C}$$

L = මාත පන්තියේ යටත් පන්ති මායිම

Δ_1 = මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතය - ඊට අඩු පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

Δ_2 = මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතය - ඊට වැඩි පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

C = මාත පන්තියේ පළල

උදාහරණ:-

a) පන්තියක සිසුන් 50කගේ බර පහත පරිදි වේ. මාතය සොයන්න.

බර (kg)	f
21 - 30	3
31 - 40	12
41 - 50	20
51 - 60	9
61 - 70	6

$$\begin{aligned} Mo &= L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times C \\ &= 40.5 + \left(\frac{8}{8+11}\right)10 \\ &= 44.71// \end{aligned}$$

ii. මධ්‍යස්ථය (Md)

50% 50%

1/2 1/2

Md

දත්ත සමූහයක් ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ ක්‍රමයට සකස් කළ පසු එම දත්ත සමූහය සමාන කොටස් 2 කට වෙන් කරන හරි මැදින් පිහිටන සංඛ්‍යාව මධ්‍යස්ථයයි.

* අසමූහිත දත්ත සඳහා

දත්ත ගණන n නම්,

$$\boxed{Md = \frac{1}{2}(n+1)}$$ වැනි සංඛ්‍යාව

හෝ

$$\boxed{Md = \frac{n+1}{2}}$$ වැනි සංඛ්‍යාව.

උදාහරණ:

a) 10, 20, 30, 40, 50 $n = 5$

$$Md = \frac{1}{2}(n+1) \text{ වැනි}$$

$$= \frac{1}{2}(5+1)$$

$= 3$ වැනි සංඛ්‍යාව

එනම් $Md = \underline{\underline{30}}$

b) 10, 20, 30, 40, 50, 60 $n = 6$

$$Md = \frac{n+1}{2} \text{ වැනි}$$

$$= \frac{6+1}{2}$$

$= 3.5$ වැනි සංඛ්‍යාව

$$\therefore Md = \frac{30+40}{2}$$

$= \underline{\underline{35}}$

c) x f cf

10	4	4
20	6	10
30	12	22
40	20	42
50	18	60
60	10	70
70	3	73
80	2	75

Md $= \frac{1}{2}(n+1)$ වැනි

$= \frac{1}{2}(75+1)$

= 38 වැනි සංඛ්‍යාව

Md = $\underline{\underline{40}}$

* සමූහිත දත්ත සඳහා

පහත පියවර ගන්න.

- සමුච්ඡිත සංඛ්‍යාත තීරුව ගන්න.
- Md = $\frac{1}{2}$ n වන සංඛ්‍යාව අඩංගු මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයාගන්න. (එනම් මධ්‍යස්ථය තිබිය හැකි පන්තිය)
- පහත සූත්‍රයට ආදේශ කොට මධ්‍යස්ථයෙහි අගය ගණනය කරන්න.

$$Md = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - cf_{-1}}{f}\right) \times c$$

මෙහිදී,

L = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ යටත් පන්ති මායිම

$n = \Sigma f$ = දී ඇති මුළු දත්ත ගණන

cf_{-1} = මධ්‍යස්ථ පන්තියට වහිනාකමින් අඩු පන්තියේ සමුච්ඡිත සංඛ්‍යාත අගය

f = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

c = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පන්ති පළල

උදාහරණ:

උස (cm)	111 - 120	121 - 130	131 - 140	141 - 150	151 - 160
සිසුන් ගණන (f)	7	8	20	10	5

මෙම සමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය?

$$Md = \frac{1}{2}\ n \text{ වැනි සංඛ්‍යාව}$$

$$= \frac{1}{2} \times 50$$

$$= 25 \text{ වැනි}$$

∴ මධ්‍යස්ථ පන්තිය 131 - 140

$$Md = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - cf_{-1}}{f}\right) \times c$$

$$= 130.5 + \left(\frac{\frac{1}{2} \times 50 - 15}{20}\right) \times 10$$

$$= \underline{135.5}$$

මධ්‍යස්ථය $= \underline{\underline{135.5}}$

iii. මධ්‍යන්‍යය (Mn)

දෙන ලද දත්ත සමූහයක සාමාන්‍ය අගය වේ.

* අසමූහිත දත්ත සඳහා

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

උදාහරණ:-

a) 10, 20, 30, 40, 50 යන සමූහයේ මධ්‍යන්‍යය?

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x}{n}} \quad = \frac{150}{5} = \underline{\underline{30}}$$

* එක් දත්තයක් එක් වරක් පමණක් සඳහන් වේ නම් ඉහත සූත්‍රය වලංගු වේ.

වැඩි වාර ගණනක් ඇති සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය පහත පරිදි ගණනය කළ යුතුය.

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}}$$

b)

x	f	fx
10	3	30
20	12	240
30	20	600
40	8	320
50	7	350
	50	1540

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1540}{50} = \underline{\underline{30.8}}$$

පහත පරිදි උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයක් භාවිතයෙන් ද පහත සූත්‍ර 2 මගින් සැබෑ මධ්‍යන්‍යය ලබාගත හැක.

$$\boxed{\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}}$$

① සූත්‍රය

A = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය   d = අපගමනය (x - A)

c) ඉහත නිදසුනම උපකල්පිත මධ්‍යනය 30 ලෙස ගෙන,

x	f	d (x-A)	fd
10	3	-20	-60
20	12	-10	-120
$\boxed{30}$	20	0	0
40	8	10	80
50	7	20	140
	50		40 ← Σfd

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

$$= 30 + \frac{40}{50}$$

$$= \underline{\underline{30.8}}$$

හෝ

$$\boxed{\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right) \times c}$$

② සූත්‍රය

මෙහිදී,

A = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය

c = d තීරුවේ සෑම අගයක්ම බෙදිය හැකි විශාලම අගය

$$u = d/c = \frac{x - A}{c}$$

x	f	d (x-A)	u	fu
10	3	-20	-2	-6
20	12	-10	-1	-12
30	20	0	0	0
40	8	10	1	8
50	7	20	2	14
	50			4 ← Σfd

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right) \times c$$

$$= 30 + \left(\frac{4}{50}\right) 10$$

$$= \underline{30.8}$$

කුමන අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස භාවිතා කලත් කුමන සූත්‍රය භාවිතා කලත් අවසාන පිළිතුර එකක්ම විය යුතුය.

* සමූහිත දත්ත සඳහා

පියවර

- මධ්‍ය අගය තීරුවක් ලබා ගන්න.
- පහත සූත්‍ර වලට අනුව අවශ්‍ය තීරු සකස් කිරීමෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}}$$

$$\boxed{\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{f}}$$

$$\boxed{\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right) \times c}$$

ඉහත අවසාන සූත්‍රය භාවිතා කළ හැක්කේ දෙන ලද සෑම පන්ති ප්‍රාන්තරයකම පළල සමාන නම් පමණි.

උදාහරණ:

a)

බර (kg)	f	මධ්‍ය අගය (x)	u	fu
30 - 39	10	34.5	-2	-20
40 - 49	14	44.5	-1	-14
50 - 59	26	54.5	0	0
60 - 69	20	64.5	+1	20
70 - 79	18	74.5	+2	36
80 - 89	12	84.5	+3	36
	100			58

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right) \times c$$

$$= 54.5 + \left(\frac{58}{100}\right) \times 10$$

$$= 60.3//$$

මධ්‍යන්‍යය = 60.3//

2. අපකිරණ මිණුම්

එනම් වෙනස්වීම් / ඇත්වීම් (deviation) පිළිබඳ මිණුම් වේ.

උදා:-
* A = 10, 20, 30, 40, 50
  $\bar{x} = 30$
* B = 28, 29, 30, 31, 32
  $\bar{x} = 30$

ඉහත සංඛ්‍යා ව්‍යප්තීන් 2හිම මධ්‍යන්‍යය එකම වූවත් ඒවා එකිනෙකට වෙනස් වේ. එනම් මධ්‍යන්‍යය ඇතුළුව කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිණුම් මගින් එම සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තිය පිළිබඳ සම්පූර්ණ නියෝජනයක් සිදු නොවේ. එමනිසා කේන්ද්‍රික මිනුම් වටා දත්ත ව්‍යාප්ත වී ඇති ආකාරය (අපකිරණය) දැන ගැනීමද වැදගත් බව අතර ඒ සඳහා අපකිරණ මිණුම් භාවිතා කෙරේ.

අපකිරණ මිණුම් රාශියක් ඇතත් පහත ඒවා පමණක් මෙහිදී සාකච්ඡා කෙරේ.

i. පරාසය (Range) (R)
ii. මධ්‍යන්‍යය අපගමනය (Mean Deviation) (M.D)
iii. විචලතාව සහ සම්මත අපගමනය (Variance & Standard Deviation) (σ^2 & σ) විචලතා සංගුණකය ඇතුළුව

i. පරාසය (R)

දෙන ලද දත්ත සමූහයක වැඩිම වටිනාකමත් අඩුම වටිනාකමත් අතර වෙනස වේ.

* අසමූහිත දත්ත සඳහා

උදා:- 10, 20, 30, 40, 50

පරාසය = 50 - 10 = 40
= 40

* සමූහිත දත්ත සඳහා

වටිනාකමෙන් වැඩිම පන්තියේ ඉහළ පන්ති මායිම හා වටිනාකමින් අඩුම පන්තියේ පහළ පන්ති මායිම අතර වෙනසයි.

උදා:- 01 - 10
11 - 20
21 - 30
31 - 40
41 - 50

පරාසය (R) = 50.5 - 0.5
= 50

ii. මධ්‍යන්‍ය අපගමනය (M.D)

* අසමූහිත දත්ත සඳහා

x : 10, 20, 30, 40, 50

$(x - \bar{x})$: -20, -10, 0, 10, 20

$$M.D = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n}$$

$$= \frac{0}{5}$$

$$= 0//$$

ඉහත පරිදි අපගමනයේ ලකුණක් සමග (වීජීය ඒකාංශය) ගතහොත් M.D = 0 ක් වේ. එමනිසා මධ්‍යන්‍ය අපගමනය නිවැරදිව ගණනය කිරීමට නම් නිරපේක්ෂ ඒකාංශ ගත යුතුය.

$$\boxed{M.D = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n}}$$

$$= \frac{60}{5}$$

$$= 12//$$

මධ්‍යන්‍ය අපගමනය = 12

මධ්‍යන්‍ය අපගමනය = අපගමනයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය = සාමාන්‍ය ඇත්වීම

එක් දත්තයක් වරකට වඩා වැඩි ගණනක් සඳහන් වනවිට (එනම් සංඛ්‍යාතය දී ඇති විට) පහත සූත්‍රය යොදා ගනී.

$$\boxed{M.D = \frac{\sum f\left(x-\bar{x}\right)}{\sum f}}$$

උදා:-

x	ප්‍රගණන ලකුණු	f	fx	$(x-\bar{x})$	$f(x-\bar{x})$
2	//	2	4	4	8
4	//	2	8	2	4
6	/	1	6	0	-
8	///	3	24	2	6
9	//	2	18	3	6
		10	60		24

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{60}{10} = 6//$$

$$M.D = \frac{\sum f\left(x-\bar{x}\right)}{\sum f}$$

$$= \frac{24}{10} = 2.4//$$

<u>* සමූහිත දත්ත සඳහා</u>

පියවර

- මධ්‍ය අගය තීරුවත් ගන්න. එය x වේ. පහත සූත්‍රයට ආදේශ කර අගය ලබාගන්න.

$$\boxed{M.D = \frac{\sum f\left(x-\bar{x}\right)}{\sum f}}$$

පන්ති ප්‍රාන්තර	f	x	fx	$(x-\bar{x})$	$f(x-\bar{x})$
5 - 9	3	7	21	19.04	57.12
10 - 14	8	12	96	14.04	112.32
15 - 19	15	17	255	9.04	135.6
20 - 24	22	22	484	4.04	88.88
25 - 29	39	27	1053	0.96	37.44
30 - 34	19	32	608	5.96	113.24
35 - 39	13	37	481	10.96	142.48
40 - 44	5	42	210	15.96	79.8
45 - 49	1	47	47	20.96	20.96
	125		3255		787.84

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{3255}{125} = \underline{\underline{26.04}}$$

$$M.D = \frac{\sum f\left(x-\bar{x}\right)}{\sum f} = \frac{787.84}{125} = \underline{\underline{6.30272}}$$

iii. විචලතාව සහ සම්මත අපගමනය

ඒ ඒ දත්තයෙන් මධ්‍යන්‍ය අගය අඩු කොට ලැබෙන වටිනාකම් (අන්තරයන්) වර්ග කිරීමෙන් ලැබෙන අගයන්ගේ සාමාන්‍ය අගය විචලතාව වේ. එම අගයෙහි ධන වර්ගමූලය ගත්විට එය සම්මත අපගමනය ලෙස සැලකේ. (අපකිරණය මැනීමට හොඳම මිණුම සම්මත අපගමනය වේ.)

* එක් දත්තයක් එක වරක් පමණක් නම්,

$$\boxed{\text{විචලතාව } (\sigma^2) = \frac{\sum\left(x-\bar{x}\right)^2}{n}}$$

උදා:- x : 10, 20, 30, 40, 50

$(x - \bar{x})$: -20, -10, 0, 10, 20

$(x - \bar{x})^2$: 400, 100, 0, 100, 400

එක් වරක් පරණක් බෙදී ඇති නිසා,

$$(\sigma^2) = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n} = \frac{1000}{5} = \underline{200}$$

∴ සම්මත අපගමනය $= \sqrt{\text{විචලතාව}} = \sqrt{200} = \underline{\underline{14.14}}$

* එක් දත්තයක් වරකට වඩා යෙදේ නම්,

$$\boxed{\text{විචලතාව } (\sigma^2) = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}}$$

සාරාංශය

	මධ්‍යනය	විචලතාව	සම්මත අපගමනය
a)	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$= \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$	$= \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$
b)	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$	$= \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$	$= \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}}$
c)	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$	$= \frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2$	$= \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2}$
d)	$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)c$	$= \left(\frac{\sum fu^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)^2\right)c^2$	$= \sqrt{\frac{\sum fu^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)^2} \times c$

විචලතා සංගුණකය / විචලන සංගුණකය
(Coefficient of Variation) (CV)

මෙය අපකිරණයේ සාපේක්ෂ මිණුමකි. එනම් අපකිරණය මධ්‍යනයට සාපේක්ෂව ඉදිරිපත් කරන මිණුමකි.

$$\boxed{\text{විචලන සංගුණකය} = \frac{\text{සම්මත අපගමනය}}{\text{මධ්‍යනය}} \times 100}$$

මෙය වැඩි නම් විචලනය වැඩිය.

කුටිකතාවයට අදාළ මිනුම් නිර්දේශය තුළ නැත.